

Н. Г. Миндюк
И. С. Шлыкова

Рабочая
тетрадь

АЛГЕБРА

КЛАСС

8

$$y = \sqrt{x}$$

$$\sqrt{a^2} = |a|$$
$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$
$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$
$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$$
$$a^m \cdot a^n = a^{m \cdot n}$$

Часть 2


ПРОСВЕЩЕНИЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО

Н. Г. Миндюк
И. С. Шлыкова

АЛГЕБРА

Рабочая
тетрадь

8

КЛАСС

Пособие для учащихся
общеобразовательных
организаций

В двух частях

Часть 2

3-е издание

Москва
«Просвещение»
2014

УДК 373.167.1:512
ББК 22.14я72
М61

Рабочая тетрадь является частью учебно-методического комплекта по алгебре авторов Ю. Н. Макарычева, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешкова, С. Б. Суворовой; под редакцией С. А. Теляковского.

Учебное издание

Миндюк Нора Григорьевна
Шлыкова Инга Соломоновна

АЛГЕБРА
Рабочая тетрадь
8 класс

Пособие для учащихся общеобразовательных организаций

В двух частях

Часть 2

Зав. редакцией *Т. А. Бурмистрова*
Редактор *Т. Г. Войлокова*
Младший редактор *Е. А. Андрееenkova*
Художественный редактор *О. П. Богомолова*
Компьютерная графика *К. В. Кергелен*
Технический редактор *Е. А. Васильева*
Корректоры *Т. А. Лебедева, Л. С. Александрова*

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93—953000. Изд. лиц. Серия ИД №05824 от 12.09.01.

Подписано в печать 14.06.13. Формат 70×90^{1/16}.

Бумага офсетная. Гарнитура Школьная. Печать офсетная.

Уч.-изд. л. 2,56. Доп. тираж 10 000 экз. Заказ № 4721.

Открытое акционерное общество «Издательство «Просвещение».
127521, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Отпечатано в филиале

«Тверской полиграфический комбинат детской литературы»

ОАО «Издательство «Высшая школа»

170040, Тверь, проспект 50 лет Октября, д. 46.

Тел.: +7 (4822) 44-85-98. Факс: +7 (4822) 44-61-51

ISBN 978-5-09-031718-4(2)
ISBN 978-5-09-031717-7(общ.)

© Издательство «Просвещение», 2011
© Художественное оформление.
Издательство «Просвещение», 2011
Все права защищены

Предисловие

Данная работа является дополнением к учебнику «Алгебра, 8» авторов Ю. Н. Макарычева, Н. Г. Миндюк и др., под редакцией С. А. Теляковского (15-е, доработанное, и последующие издания).

В рабочую тетрадь входит 37 работ, составленных ко всем пунктам учебника, за исключением дополнительных пунктов под рубрикой «Для тех, кто хочет знать больше». Каждая работа состоит из двух разделов, помеченных цифрами I и II. В первом разделе содержатся несложные задания, способствующие усвоению вводимых понятий и алгоритмов, формированию фундаментальных умений, установлению связей нового материала с ранее изученным. Во второй раздел включены более сложные задания, решение многих из которых требует свободного владения сформированными знаниями и умениями, проявления интеллектуальной гибкости и подвижности.

Представленные в рабочей тетради упражнения разнообразны по форме предъявления. Учащимся предлагается закончить начатое решение, установить некоторое соответствие, проиллюстрировать его с помощью стрелок, выбрать верный ответ, обводя кружком соответствующий номер, и т. п. Наличие подготовленных таблиц, вычерченной системы координат, некоторых пояснений к составлению уравнений или систем уравнений и т. п. создаёт предпосылки для интенсификации учебного процесса.

Рабочая тетрадь представляет широкие возможности для организации работы учащихся в классе и дома.

19 НЕПОЛНЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

I

1. Какие из указанных квадратных уравнений являются неполными?

а) $2x^2 - 3x + 8 = 0$;

б) $7x - 3x^2 = 0$;

в) $0,2x^2 = 0$;

г) $5 - 2x + 7x^2 = 0$;

д) $3 - 4x^2 = 0$;

е) $3x^2 + 5 = -2$.

Ответ:

2. Решите уравнение:

а) $25x^2 - 36 = 0$;

б) $-0,3x^2 + 30 = 0$;

.....

.....

.....

.....

в) $3u^2 + 12 = 0$;

г) $2p^2 - 4 = 0$.

.....

.....

.....

.....

Ответ: а)

б)

в)

г)

3. Найдите корни уравнения:

а) $2x^2 - 5x = 0$;

б) $3y + 18y^2 = 0$;

.....

.....

.....

.....

$$в) \frac{2}{7}m^2 + \frac{4}{7}m = 0;$$

$$г) -5c^2 + 12c = 0.$$

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б) в) г)

4. Используя таблицу квадратов, решите уравнение:

$$а) x^2 - 3136 = 0;$$

$$б) 2x^2 - 2178 = 0;$$

.....

.....

.....

.....

$$в) -x^2 + 12,25 = 0;$$

$$г) 7203 - 3x^2 = 0.$$

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

в) г)

5. Укажите с помощью стрелок, сколько корней имеет уравнение.

$$x^2 = -3x$$

$$2x^2 + 9 = 0$$

$$0,3x^2 = 0$$

два корня

один корень

нет корней

$$5x^2 = 0$$

$$0,1x^2 - 10 = 0$$

$$x^2 + 16 = 0$$

6. Длина прямоугольника втрое больше его ширины, а площадь равна 75 см^2 . Определите периметр прямоугольника.

Решение.

.....
.....
.....
.....

Ответ:

7. Решите уравнение и укажите все целые числа, которые заключены между его корнями:

а) $-2x^2 + 50 = 0$;

б) $x^2 - 3,2 = 0$.

.....
.....

Ответ: а)

б)

8. Приведите пример неполного квадратного уравнения:

а) не имеющего корней:

б) имеющего один корень:

в) имеющего два корня, являющихся противоположными числами:

г) имеющего два корня, один из которых равен нулю:

II

9. При каких значениях b значения двучленов $0,2b^2 - 1,4b$ и $3,1b - 0,3b^2$:

- а) равны; б) являются противоположными числами?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

10. Решите относительно y уравнение:

- а) $y^2 - b^2 + 4b - 4 = 0$; б) $c^2 - \frac{2c}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{9}y^2 = 0$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

11. При каких значениях a данное уравнение является неполным квадратным уравнением? Решите полученное уравнение:

а) $18x^2 + (a^2 - 81)x - 2 = 0$; б) $(a + 2)x^2 - 14x + a^2 - 4 = 0$.

.....
.....
.....
.....

Ответ: а) б)

12. Один катет прямоугольного треугольника в 5 раз больше другого. Квадрат, построенный на гипотенузе этого треугольника, равновелик прямоугольнику, длина которого 52 см, а ширина равна большему катету треугольника. Определите длины катетов этого треугольника.

Решение.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ответ:

13. Решите уравнение:

а) $(3m - 2)^2 - (3m + 2)^2 + 3m(m + 8) = (2m - 3)(2m + 3)$;

.....
.....

б) $(2x - 1)^2 - 5 = (x - 2)(x + 2)$;

.....
.....

в) $(2c - 5)^2 + (2c + 5)^2 + (c - 2)(c + 2) = c^2$;

.....
.....

г) $(5y - 2)(y + 4) + (y - 3)(y + 3) = 9(2y + 5)$.

.....
.....

Ответ: а) б) в) г)

14. Квадрат двузначного числа $10a + b$ в 294 раза превышает сумму его цифр. Определите это число, если известно, что значение a вдвое больше значения b .

Решение.

.....
.....

б) $2x^2 - 17x + 8 = 0$;

$D = (-17)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 8 = \dots\dots\dots$

в) $x^2 + 10x - 11 = 0$;

$D = 10^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-11) = \dots\dots\dots$

г) $3x^2 + x - 14 = 0$.

$D = 1^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-14) = \dots\dots\dots$

3. Выясните, имеет ли уравнение корни, и если имеет, то сколько:

а) $361x^2 - 38x + 1 = 0$;

б) $2x^2 + 15x + 7 = 0$;

в) $0,3x^2 - x + 4 = 0$;

г) $0,02x^2 + 0,5x + 3 = 0$.

.....
.....
.....
.....

Ответ: а) б) в) г)

4. Найдите корни уравнения:

$24x^2 - 5x - 1 = 0$; $D = (-5)^2 - 4 \cdot 24 \cdot (-1) = 25 + 96 = 121$;

$x = \frac{5 \pm \sqrt{121}}{48} = \frac{5 \pm 11}{48}$; $x_1 = \frac{5 - 11}{48} = -\frac{1}{8}$; $x_2 = \frac{5 + 11}{48} = \frac{1}{3}$.

а) $15x^2 + 2x - 1 = 0$;

б) $5x^2 - 14x - 3 = 0$;

.....
.....
.....
.....

в) $9x^2 + 12x + 4 = 0$;

г) $3y^2 - 2y - 1 = 0$.

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

в) г)

5. При каких значениях x принимают равные значения:

а) двучлен $x^2 - 3x$ и трёхчлен $2x^2 - 12x + 20$;

.....

.....

б) трёхчлен $-x^2 + 7x - 5$ и двучлен $2x^2 + 5x$?

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

6. Решите уравнение:

а) $-9x + x^2 - 22 = 0$;

б) $3x^2 - 2x + 15 = 0$;

.....

.....

.....

.....

$$в) 2x^2 - 3x - 3 = 0;$$

$$г) -28x + 49 + 4x^2 = 0.$$

.....
.....
.....
.....

Ответ: а) б)

в) г)

7. Не выполняя построения, найдите координаты точки пересечения параболы $y = x^2$ и прямой $y = 3x + 10$.

.....
.....
.....

Ответ:

8. Решите уравнение, используя формулу корней уравнения с чётным вторым коэффициентом:

$$7x^2 - 22x + 3 = 0; D_1 = 11^2 - 7 \cdot 3 = 121 - 21 = 100;$$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{100}}{7} = \frac{11 \pm 10}{7}; x_1 = \frac{1}{7}; x_2 = 3.$$

$$а) x^2 + 2x - 48 = 0;$$

$$б) 11z^2 - 10z + 2 = 0;$$

в) $5y^2 - 22y + 21 = 0;$

г) $x^2 - 10x - 18,75 = 0.$

.....
.....
.....

Ответ: а) б)

в) г)

II

9. При каком значении b один из корней уравнения $(b - 3)x^2 + x - 7 = 0$ равен -1 ? Чему равен второй корень этого уравнения?

.....
.....
.....
.....

Ответ: $b =$ $x =$

10. Найдите приближённые значения корней уравнения с точностью до $0,01$:

а) $x^2 - 4x + 1 = 0;$ б) $x^2 - 4x - 16 = 0.$

.....
.....
.....
.....

Ответ: а) б)

11. Решите уравнение и сделайте проверку:

а) $5(x - 7)^2 = -47x + 255$;

.....

.....

.....

.....

.....

.....

б) $(3p - 1)^2 - 18 = (2p - 3)(2p + 3)$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

12. Решите относительно x уравнение:

а) $(x - a)^2 - 2x + 4a = 2x + 12$;

.....

.....

.....

.....

б) $(x - 2m)^2 + 8m = 6x - 4m + 7$.

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: а)

б)

13. Решите уравнение $x^2 = 1,5x + 4,5$ сначала графически, а затем с помощью формулы корней квадратного уравнения.

x		
y		

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:



14. Решите уравнение:

а) $\frac{(3m-1)(m+1)}{5} + \frac{(2m-1)^2}{3} = 5 + \frac{3m-m^2}{2}$;

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

б) $\frac{(p+3)^2}{4} - \frac{(p+2)(p-3)}{6} = (2p-1)^2 + 4$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

I

1. Произведение двух последовательных нечётных чисел больше их суммы на 167. Найдите эти числа. Заполните пропуски и закончите решение задачи.

Решение. Пусть последовательные нечётные числа имеют вид $(2n + 1)$ и $(2n + 3)$, тогда их сумма равна, а произведение равно Составим уравнение:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

2. Один из катетов прямоугольного треугольника больше другого катета на 14 см и меньше гипотенузы на 2 см. Найдите периметр этого треугольника.

Решение.

.....

.....

.....

.....
.....
.....
.....
Ответ:

3. Из суммы квадратов двух последовательных целых чисел вычли квадрат следующего за ними числа. Получилось 165. Найдите эти числа.

Решение.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ответ:

4. Огородный участок, имеющий форму прямоугольника, обнесён забором длиной 120 м. Определите длину и ширину участка, если известно, что его площадь составляет 5 ар. Заполните пропуски и закончите решение задачи.

Решение. Пусть длина участка равна x м, тогда его ширина равна разности половины периметра и длины, т. е. м. Площадь участка составит м^2 , что по условию задачи равно 500 м^2 .

Составим уравнение:

.....
.....
.....
.....
.....

Ответ:

5. Разность кубов двух последовательных чётных чисел равна 296.
Найдите эти числа.

Решение.

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ответ:

II

6. Найдите площадь прямоугольника, диагональ которого в 2,6 раза больше одной из сторон и на 3 см больше другой стороны.

Решение.

.....
.....
.....

8. Картинка, имеющая форму прямоугольника, длина которого 12 см, а ширина 7 см, наклеена на лист бумаги так, что образовалась рамка одинаковой ширины. Определите ширину рамки, если известно, что площадь листа бумаги равна 176 см^2 .

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

9. Площадь кольца, заключённого между двумя концентрическими окружностями, составляет 44% площади меньшего круга. Найдите радиусы окружностей, если известно, что один из них на 3 см больше другого.

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

10. Высота h м, на которой через t с окажется тело, брошенное вертикально вверх, вычисляется по формуле $h = v_0 t - 5t^2$, где v_0 м/с — начальная скорость. В какой момент времени тело окажется на высоте 60 м, если за 2 с оно поднялось на 50 м? Поясните физический смысл полученного ответа.

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

11. Известно, что число диагоналей выпуклого многоугольника p вычисляется по формуле $p = \frac{n(n-3)}{2}$, где n — число сторон многоугольника. Если утроить число сторон некоторого выпуклого многоугольника, то число его диагоналей увеличится на 126. Найдите число сторон этого многоугольника.

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

$$ax^2 + bx + c = 0; a \neq 0; D = b^2 - 4ac > 0.$$

Если x_1 и x_2 — корни уравнения,

$$\text{то } x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}.$$

I

1. Уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет корни x_1 и x_2 . Заполните таблицу.

Уравнение $ax^2 + bx + c = 0$	$x_1 + x_2$	$x_1 \cdot x_2$
$x^2 - 39x - 215 = 0$	39	-215
$x^2 - 14x + 8 = 0$		
$x^2 + x - 30 = 0$		
$x^2 - 620x = 0$		
$x^2 - 11 = 0$		
$3x^2 + 16x - 5 = 0$	$-5\frac{1}{3}$	$-1\frac{2}{3}$
$2x^2 - 17x - 4 = 0$		
$-x^2 - 2x = 0$		
$5x^2 - 15 = 0$		
$x^2 - 3\sqrt{2}x + 4 = 0$		
$15x^2 - 8x + 1 = 0$		

2. Найдите корни уравнения и выполните проверку по теореме, обратной теореме Виета.

$$x^2 - 6x - 3 = 0; D_1 = 9 + 3 = 12;$$

$$x = 3 \pm \sqrt{12} = 3 \pm 2\sqrt{3}; x_1 = 3 - 2\sqrt{3}; x_2 = 3 + 2\sqrt{3};$$

$$x_1 + x_2 = 3 - 2\sqrt{3} + 3 + 2\sqrt{3} = 6;$$

$$x_1 \cdot x_2 = (3 - 2\sqrt{3})(3 + 2\sqrt{3}) = 9 - 12 = -3.$$

а) $y^2 - 7y + 6 = 0;$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

б) $x^2 - 4x - 21 = 0;$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

в) $20y^2 - y - 1 = 0;$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

г) $x^2 + 7x + 7 = 0;$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

д) $x^2 + \sqrt{2}x - 24 = 0.$

.....
.....
.....

Ответ: а) б) в)

г) д)

3. В уравнении $x^2 + px - 75 = 0$ один из корней равен 5. Найдите другой корень и коэффициент p .

.....
.....

Ответ:

4. Один из корней уравнения $2x^2 - 7x + c = 0$ равен 7. Найдите другой корень и свободный член c .

.....
.....
.....

Ответ:

5. Разность корней квадратного уравнения $x^2 + 3x + c = 0$ равна 17. Определите c .

.....
.....
.....

Ответ:

6. Один из корней уравнения $25x^2 - 25x + q = 0$ в 4 раза больше другого. Найдите q .

.....
.....
.....

Ответ:

7. В уравнении $5x^2 + bx + 12 = 0$ один из корней равен 6. Найдите второй корень и коэффициент b .

.....

.....

.....

Ответ:

8. Пользуясь теоремой, обратной теореме Виета, составьте квадратное уравнение, имеющее заданные корни x_1 и x_2 . Заполните таблицу.

x_1	x_2	$x_1 + x_2$	$x_1 \cdot x_2$	$ax^2 + bx + c = 0$
3	-4	-1	-12	$x^2 + x - 12 = 0$
-1	-8			
-5	1			
0,2	0,7			
$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{6}$	$x^2 + \frac{1}{6}x - \frac{1}{6} = 0;$ $6x^2 + x - 1 = 0$
$-\frac{2}{5}$	$-\frac{1}{5}$			
$\sqrt{3} - 2$	$\sqrt{3} + 2$	$2\sqrt{3}$	-1	$x^2 - 2\sqrt{3}x - 1 = 0$
$1 + \sqrt{2}$	$1 - \sqrt{2}$			
4	0			
$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$			

II

9. Разность квадратов корней уравнения $2x^2 - 9x + c = 0$ равна 15,75. Определите свободный член уравнения.

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

10. Не решая уравнения, определите знаки его корней, если они существуют. Заполните таблицу, считая, что $x_1 < x_2$.

$ax^2 + bx + c = 0$	$D = b^2 - 4ac$	Знак x_1	Знак x_2
$5x^2 - 2x - 8 = 0$	$4 + 160 > 0$	-	+
$x^2 - 7x + 9 = 0$			
$2x^2 + 13x + 5 = 0$			
$3x^2 - 4x + 7 = 0$			
$0,2x^2 - 6x + 3 = 0$			
$11x^2 + 40x + 1 = 0$			
$-2x^2 + 73 = 0$	$73 \cdot 8 > 0$	-	+
$-2x^2 + x + 11 = 0$			
$x^2 - \sqrt{3}x + 4 = 0$			
$\sqrt{2}x^2 + 5x + 2\sqrt{2} = 0$			

11. При каких значениях m :

а) один из корней уравнения $x^2 + 5x + 9m^2 - 4 = 0$ равен нулю;

.....

б) корни уравнения $x^2 + (5m - 15)x - 2 = 0$ являются противоположными числами;

.....

в) корни уравнения $x^2 - 80x + 5m - 9 = 0$ являются взаимно обратными числами?

.....

Ответ: а) б) в)

12. Частное корней уравнения $2x^2 + bx - 98 = 0$ равно -4 . Найдите коэффициент b .

.....

.....

.....

.....

Ответ:

13. Определите свободный член уравнения $10x^2 - 3x + k = 0$, если известно, что корни уравнения x_1 и x_2 удовлетворяют условию $5x_1 + 2x_2 = 0$.

.....

.....

.....

.....

Ответ:

14. Уравнение $x^2 + px + q = 0$ имеет корни x_1 и x_2 . Составьте квадратное уравнение, имеющее корни:

а) $5x_1$ и $5x_2$;

б) $x_1 - 3$ и $x_2 - 3$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

15. Пусть x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 + 9x - 15 = 0$. Не решая уравнения, найдите значение выражения:

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = (-9)^2 - 2 \cdot (-15) = 111.$$

а) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} =$

б) $(x_1 - x_2)^2 =$

в) $x_1^3 + x_2^3 =$

г) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} =$

д) $\frac{x_1}{x_2^2} + \frac{x_2}{x_1^2} =$

I

1. Решите уравнение:

а) $\frac{5-6x^2}{x+2} = \frac{7x}{x+2};$

б) $\frac{2y^2}{y-5} = \frac{y-10}{5-y}.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

2. Найдите корни уравнения:

$$\frac{2+3z}{1-3z} = \frac{5+3z}{z+9}; (3+2z)(z+9) = (1-3z)(5+3z);$$

$$3z + 27 + 2z^2 + 18z = 5 + 3z - 15z - 9z^2;$$

$$11z^2 + 33z + 22 = 0; z^2 + 3z + 2 = 0; z_1 = -2; z_2 = -1.$$

а) $\frac{2x-3}{x+5} = \frac{4x-9}{3x-1};$

.....

.....

.....

.....

$$\text{б) } \frac{4y-7}{y+2} = \frac{2y-11}{y-6}.$$

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

3. Решите уравнение:

$$\text{а) } \frac{16}{3x-16} = -x;$$

$$\text{б) } \frac{4x^3-49x}{x+3,5} = 0;$$

.....

.....

.....

.....

$$\text{в) } \frac{x^2+6x}{x+1} = -\frac{x}{4};$$

$$\text{г) } \frac{2-3x}{3x} = \frac{4-x^2}{6x}.$$

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б) в) г)

4. При каких значениях z значения дробей:

а) $\frac{8}{z^2+8}$ и $\frac{7}{11-2z^2}$ являются противоположными числами;

.....
.....

б) $\frac{5}{2z^2-3}$ и $\frac{z^2-2}{2}$ являются взаимно обратными числами?

.....
.....
.....

Ответ: а) б)

5. Решите уравнение:

а) $\frac{3z-1}{z-5} - \frac{z+8}{z+5} = -1;$

б) $\frac{2y-1}{y} - \frac{6}{y+7} = \frac{3y-7}{y^2+7y};$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

$$в) \frac{14-5x}{x^2-2x} = \frac{2}{x-2} + \frac{3}{x};$$

$$г) \frac{u-1}{u-2} - \frac{2u-1}{u+2} = 1.$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б) в) г)

6. Найдите корни уравнения:

$$а) \frac{5y-2}{y+1} - 2 = \frac{3y-4}{y^2-1};$$

$$б) \frac{2y+5}{y-3} - \frac{y+18}{y^2-9} = 3.$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

II

7. Найдите координаты точек пересечения графиков функций:

а) $y = 4x - 5$ и $y = \frac{5}{x-6}$;

б) $y = 3x + 8$ и $y = \frac{2}{x+1}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

8. Решите уравнение:

а) $\frac{x\sqrt{5}-\sqrt{2}}{x\sqrt{5}+\sqrt{2}} + \frac{x\sqrt{5}+\sqrt{2}}{x\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \frac{13x}{5x^2-2}$;

.....

.....

.....

.....

.....

$$\text{б) } 1 - \frac{1}{3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{6 - x^2}}} = \frac{7}{10}.$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

10. Найдите корни уравнения:

$$\text{а) } \frac{2}{3x^2 - x} - \frac{5}{9x^2 + 6x + 1} = \frac{9}{9x^2 - 1};$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

12. Решите уравнение:

а)
$$\frac{6}{x^3 - 4x^2 - 4x + 16} - \frac{2x - 1}{x^2 - 4} = \frac{3}{x - 4};$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

б)
$$\frac{2y}{y + 3} - \frac{2y - 1}{y - 3} = \frac{3}{y^3 - 9y + y^2 - 9};$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$в) \frac{x-2}{1-x+x^2} + \frac{3}{1+x} = \frac{x^2+5}{1+x^3};$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$г) \frac{2}{2y-1} + \frac{y-3}{8y^3-1} = \frac{1-y}{4y^2+2y+1}.$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

в) г)

I

1. Моторная лодка проплыла 66 км по озеру и 50 км по течению реки. На путь по озеру она затратила на 1 ч больше. Определите скорость лодки при движении по озеру, если известно, что скорость течения реки равна 3 км/ч.

Решение. Заполним таблицу.

	v , км/ч	t , ч	s , км
По озеру	x	$\frac{66}{x}$	66
По реке	$x + 3$	$\frac{50}{x + 3}$	50

Составим уравнение: $\frac{66}{x} - \frac{50}{x + 3} = 1$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

2. Два велосипедиста выехали одновременно из посёлка в город, расстояние до которого 72 км. Скорость одного велосипедиста на 2 км/ч больше скорости другого, поэтому он приехал в город на 24 мин раньше. Определите скорость каждого велосипедиста. Заполните пропуски и закончите решение задачи.

Решение. Пусть скорость первого велосипедиста равна x км/ч, тогда скорость второго — км/ч. Время, затраченное на

дорогу первым велосипедистом, равно ч,
а вторым — ч. Второй велосипедист затра-
тил на 24 мин, т. е. на $\frac{2}{5}$ ч, больше времени.

Составим и решим уравнение:

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ответ:

3. Числитель дроби на 3 меньше знаменателя. Если эту дробь сложить с обратной ей дробью, то получится 2,9. Найдите исходную дробь.

Решение.

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ответ:

4. Два автомата должны были изготовить по 240 деталей. Первый автомат изготавливал в час на 5 деталей больше, чем второй, и поэтому закончил работу на 4 ч раньше. Сколько деталей изготавливал в час каждый автомат?

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

5. Расстояние между речными пристанями *A* и *B* равно 24 км. Катер прошёл от пристани *A* к пристани *B* и вернулся обратно, затратив на весь путь 2 ч 42 мин. Найдите скорость катера в стоячей воде, если известно, что скорость течения реки 2 км/ч.

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....
.....
.....
Ответ:

II

6. Из двух населённых пунктов A и B вышли одновременно навстречу друг другу два туриста. Их встреча произошла через 3 ч. Скорость туриста, вышедшего из пункта A , на 1 км/ч меньше скорости другого туриста. Если бы из пункта A турист вышел на 4 ч 30 мин позже, то встреча произошла бы на расстоянии 2 км от пункта A . Определите расстояние между населёнными пунктами.
Заполните пропуски и закончите решение задачи.

Решение. Пусть скорость туриста, вышедшего из пункта A , равна x км/ч, тогда скорость другого туриста — км/ч, скорость их сближения составляет км/ч, следовательно, расстояние между пунктами A и B равно км. Если бы из пункта A турист вышел позже на 4,5 ч, он затратил бы на путь до встречи ч, а другой турист затратил бы ч, что на 4,5 ч больше. Составим уравнение:

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ответ:

7. В сплаве меди и свинца содержалось 12 кг меди. После того как в сплав добавили 1 кг свинца, процентное содержание свинца повысилось на 5%. Определите первоначальную массу сплава.

Решение. Пусть первоначальная масса сплава x кг, в нём содержалось $(x - 12)$ кг свинца. Заполним таблицу.

	Масса сплава, кг	Масса свинца, кг	Процентное содержание свинца в сплаве
Было	x	$x - 12$	$\frac{x - 12}{x} \cdot 100\%$
Стало	$x + 1$	$x - 11$	$\frac{x - 11}{x + 1} \cdot 100\%$

Составим и решим уравнение:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

8. К некоторому количеству сплава железа с никелем, содержащему 4 кг никеля, добавили 2 кг никеля, в результате чего процентное содержание железа в сплаве понизилось на 10%. Определите первоначальную массу сплава.

Решение. Заполним таблицу по условию задачи.

	Масса сплава, кг	Масса железа, кг	Процентное содержание железа в сплаве
Было			
Стало			

Составим и решим уравнение:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

9. Для наполнения бассейна сначала открыли одну трубу. Через 3 ч открыли ещё одну. После 5 ч совместной работы закрыли обе трубы. В результате бассейн наполнился на 75%. За какое время может наполниться бассейн через каждую трубу отдельно, если известно, что через первую трубу он может наполниться на 4 ч быстрее, чем через вторую.

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

10. Сосуд ёмкостью 40 л наполнен серной кислотой. Из него отлили несколько литров кислоты и долили столько же литров воды. Потом отлили столько же литров смеси. После этого в смеси, оставшейся в сосуде, оказалось 25,6 л кислоты. Сколько литров кислоты отлили в первый раз?
Заполните пропуски и закончите решение задачи.

Решение. Пусть в первый раз отлили x л кислоты, тогда в сосуде осталось л кислоты. После добавления воды доля кислоты в смеси стала Во второй раз отлили л смеси. В отлитой части содержалось л кислоты. Всего за два раза отлили л кислоты.

По условию задачи в сосуде осталось 25,6 л кислоты. Значит, за два раза из него отлили $(40 - 25,6)$ л, т. е. 14,4 л кислоты. Составим и решим уравнение:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

11. Два трактора могут вспахать поле на 4,8 дня быстрее, чем один первый, и на 10,8 дня быстрее, чем один второй. За сколько дней каждый трактор может вспахать всё поле?

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

25 ЧИСЛОВЫЕ НЕРАВЕНСТВА

I

1. Сравните числа a и b , если:

а) $a - b = (-7)^{11}$; б) $a - b = (-0,2)^6$; в) $a - 2b = (-1)^5 b$.

Ответ: а) б) в)

2. Впишите какую-либо пропущенную цифру так, чтобы получилось верное двойное неравенство:

а) $1216 < 12 \square 9 < 1236$; б) $3,128 < 3,1 \square 8 < 3,143$.

3. Подчеркните неравенства, которые верны при любом значении a :

$a^2 > 0$; $a^2 + 1 > 0$; $(a - 1)^2 > 0$; $(a + 4)^2 > 0$;

$-1 - a^2 < 0$; $-a^2 < 0$; $3a^2 + 3 > 0$.

4. Пусть a — произвольное число. Сравните с нулём значение выражения:

а) $-a^2 - 1 \square 0$; б) $a^2 + 116 \square 0$;

в) $(a - 4)^2 + 11 \square 0$; г) $-(a - 2)^2 + (-1)^{11} \square 0$.

5. Подчеркните неравенства, которые верны при всех значениях переменных:

$(a - 5)^2 + (b - 2)^2 + 1 > 0$; $(a + 6)^2 + (b - 1)^2 > 0$;

$112a^2 + 216b^2 > 0$; $-a^2 - (17 - b)^2 - 4 < 0$.

6. Докажите, что среднее арифметическое чисел a и b , где $a < b$, заключено между этими числами.
Заполните пропуски и закончите доказательство.

Среднее арифметическое чисел a и b равно Требуется доказать, что

Рассмотрим разность

.....

.....

Рассмотрим теперь разность

.....

.....

Значит,

7. Докажите, что при любом значении переменной верно неравенство:

$$a(4a + 1) > (2a - 1)(2a + 1) + a.$$
$$a(4a + 1) - (2a - 1)(2a + 1) - a = 4a^2 + a - 4a^2 + 1 - a = 1;$$

$1 > 0$. Значит, неравенство верно при любом значении a .

а) $(2b - 1)2b + 1 > (2b - 1)(1 + 2b) - 2(b + 4);$

.....

.....

.....

б) $3 + 42p^2 > (6p - 1)(1 + 6p) - 17.$

.....

.....

.....

II

8. Из данных неравенств выберите те, которые верны при любом значении a :

а) $4a^2 + a > (2a - 11)(11 + 2a) + a$;

.....

.....

б) $9a(a + 2) > (3a + 4)^2 - 31$;

.....

.....

в) $0,5(a - 16)(a + 16) > (1,5a - 2)a$;

.....

.....

г) $2(4a + 1)(8a - 2) < (2a - 1) \cdot 16 \cdot (1 + 2a)$.

.....

.....

Ответ:

9. Укажите все дроби вида $\frac{a}{21}$, где $a \in N$, которые заключены между числами $\frac{1}{7}$ и $\frac{1}{3}$:

.....

10. Укажите какое-либо значение p , при котором неравенству $3,9 < x < p$:

а) удовлетворяет единственное целое число:

б) удовлетворяет только два целых числа:

в) не удовлетворяет ни одно целое число:

11. Докажите, что при любом значении b верно неравенство

$$\frac{2b^4 + 4}{2b^2 + 1} \geq 2.$$

.....

.....

12. К числителю и знаменателю правильной дроби $\frac{a}{b}$, где a и b — натуральные числа, прибавили по 1. Как изменилось при этом значение дроби? Выполните преобразования и выберите верный ответ.

.....

.....

1. Осталось тем же 2. Уменьшилось 3. Увеличилось
4. Ответ зависит от значений a и b

13. Впишите какое-либо пропущенное число так, чтобы получилось неравенство, верное при любых значениях x и y :

а) $x^2 - 6x + y^2 - 10y + \dots > 0$;

.....

.....

б) $25x^2 + 121y^2 - 10x - 22y + \dots > 0$.

.....

.....

14. Докажите неравенство:

а) $81x^2 + 9y^2 + 36x - 6y + 10 > 0$;

.....

.....

б) $16p^2 + 9m^2 > 88p - 54m - 205$.

.....
.....

15. Моторная лодка в первый день прошла 40 км по течению реки и вернулась обратно, а во второй день она прошла 80 км по озеру. В какой из дней было затрачено больше времени?

Решение.

.....
.....
.....
.....

Ответ:

26

СВОЙСТВА ЧИСЛОВЫХ НЕРАВЕНСТВ

1. Если $a > b$, то $b < a$; если $a < b$, то $b > a$.
2. Если $a < b$ и $b < c$, то $a < c$.
3. Если $a < b$ и c — любое число, то $a + c < b + c$.
4. Если $a < b$ и $c > 0$, то $ac < bc$, если $a < b$ и $c < 0$, то $ac > bc$.

I

1. Известно, что $a < b$. Запишите верное неравенство, которое получится, если:

а) к обеим частям данного неравенства прибавить по $-0,1$:

.....

б) обе части данного неравенства умножить на $-0,1$:

.....

в) обе части данного неравенства разделить на $-0,1$:

.....

2. Поставьте знак $>$ или $<$ так, чтобы получилось истинное высказывание:

а) если $x < y$ и p — положительное число, то $xp \square yp$;

б) если $x < y$ и p — отрицательное число, то $xp \square yp$;

в) если $x < y$ и x, y — положительные числа, то $\frac{1}{x} \square \frac{1}{y}$;

г) если $x < y$ и x, y — отрицательные числа, то $\frac{1}{x} \square \frac{1}{y}$.

3. Сравните с нулём число a , если верно неравенство:

а) $1,2a > 1,02a$; б) $-a < a$;

в) $3,07a > 3,1a$; г) $-1,01a > -1,02a$.

Ответ: а) б)

в) г)

4. Оцените значение дроби $\frac{1}{x}$:

а) если $6 < x < 11$, то $< \frac{1}{x} <$

б) если $0,3 < x < 0,6$, то $< \frac{1}{x} <$

5. Зная, что $a < b$, сравните значения выражений:

а) $-6,3a \square -6,3b$; б) $(-1)^{15} a \square (-1)^{15} b$;

в) $\frac{a}{(-2)^3} \square \frac{b}{(-2)^3}$; г) $\frac{a}{(-1,2)^6} \square \frac{b}{(-1,2)^6}$.

6. Известно, что $a > b > 0$. Поставьте знак $>$ или $<$ так, чтобы получилось верное неравенство:

а) $-6,8a \square -6,8b$; б) $(1-\sqrt{3})a \square (1-\sqrt{3})b$; в) $\frac{a}{\sqrt{3}} \square \frac{b\sqrt{3}}{3}$.

II

7. Сравните значения выражений, зная, что $a < b$.

$(\sqrt{7} + \sqrt{3} - 2)a$ и $(\sqrt{7} + \sqrt{3} - 2)b$. Так как $\sqrt{7} > 2$, $\sqrt{3} > 1$, то $\sqrt{7} + \sqrt{3} - 2 > 0$. Значит, $(\sqrt{7} + \sqrt{3} - 2)a < (\sqrt{7} + \sqrt{3} - 2)b$.

а) $(\sqrt{2} + \sqrt{3} - 11)a$ и $(\sqrt{2} + \sqrt{3} - 11)b$;

.....

.....

б) $(\sqrt{5} - \sqrt{2} + 3)a$ и $(\sqrt{5} - \sqrt{2} + 3)b$;

.....

.....

в) $(3\sqrt{2} - \sqrt{19} - 6)a$ и $(3\sqrt{2} - \sqrt{19} - 6)b$.

.....

.....

8. Зная, что x — отрицательное число, расположите в порядке возрастания числа $3x$, $-x$, $x(\sqrt{5} - \sqrt{2})$, $-x\sqrt{3}$, $4x$:

.....

.....

9. Докажите, что если a и b — положительные числа и $a^2 > b^2$, то $a > b$.

.....
.....

Пользуясь доказанным свойством, сравните значения выражений:

а) $\sqrt{6} + \sqrt{5}$ и $\sqrt{8} + \sqrt{3}$; б) $\sqrt{11} + \sqrt{8}$ и $\sqrt{12} + \sqrt{7}$.

.....
.....

Ответ: а) б)

10. Верно ли, что если $a > b > 0$, то:

а) $3,7a > \sqrt{2}b$; б) $-1,5a < -\sqrt{3}b$?

.....
.....

Ответ: а) б)

11. Сравните с нулём число b , если верно неравенство:

а) $3b > \sqrt{10}b$; б) $b > (\sqrt{7} - \sqrt{5})b$; в) $(2 - \sqrt{3})b > 2b$.

.....
.....

Ответ: а) б) в)

12. На координатной прямой точками обозначены положительные числа: $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$, $\frac{1}{c}$, $\frac{1}{d}$. Около каждой точки запишите соответствующее число, если известно, что $a < b$, $d > b$, $c < a$.



13. Лодка в первый день прошла некоторое расстояние по течению реки и вернулась обратно. Во второй день она прошла такое же расстояние по реке с более быстрым течением и также вернулась обратно. В какой из дней было затрачено на весь путь больше времени?

Решение. Пусть x км/ч — скорость лодки в стоячей воде, y км/ч — скорость более медленного течения, z км/ч — скорость более быстрого течения. Обозначим через t_1 ч — время, затраченное на весь путь в первый день, t_2 ч — время, затраченное во второй день, s км — расстояние, на которое отплыла лодка. Тогда

$$t_1 = \frac{s}{x} + \frac{s}{y}, \quad t_2 = \frac{s}{x} + \frac{s}{z}.$$

Преобразуем разность $t_1 - t_2$:

$$t_1 - t_2 = \dots$$

.....

.....

Ответ:

27

СЛОЖЕНИЕ И УМНОЖЕНИЕ ЧИСЛОВЫХ НЕРАВЕНСТВ

Если $a < b$ и $c < d$, то $a + c < b + d$.

Если $a < b$ и $c < d$, где a, b, c, d — положительные числа, то $ac < bd$.

I

1. Сложите почленно неравенства:

а) $-6,1 < -5,7$ и $-0,3 < -0,2$:

б) $4,11 > 3,65$ и $-1,06 > -2,07$:

в) $7\frac{1}{3} > 5\frac{1}{7}$ и $6\frac{1}{6} > 4\frac{1}{3}$:

г) $2\frac{4}{9} < 3\frac{5}{7}$ и $-1\frac{2}{9} < 2\frac{1}{7}$:

2. Перемножьте почленно неравенства:

а) $6 > 2$ и $18 > 11$:

б) $2,6 > 2,1$ и $8,4 > 6$:

в) $120 < 124$ и $1,2 < 1,3$:

3. Оцените сумму, разность, произведение и частное чисел a и b , если $5 < a < 6$ и $2 < b < 3$.

4. Известны границы длин сторон треугольника: $16 \leq a \leq 18$, $24 \leq b \leq 26$, $20 \leq c \leq 22$. Оцените его периметр.

5. Пользуясь тем, что $3,3 < \sqrt{11} < 3,4$ и $2,6 < \sqrt{7} < 2,7$, оцените значение выражения:

а) $\sqrt{11} + \sqrt{7}$; б) $\sqrt{11} - \sqrt{7}$; в) $3\sqrt{11} - 2\sqrt{7}$; г) $\sqrt{44} + \sqrt{63}$.

6. Измеряя (в метрах) длину a и ширину b садового участка, нашли, что $36,4 \leq a \leq 36,5$ и $12,4 \leq b \leq 12,5$. Оцените площадь этого участка и длину забора, ограждающего его.

.....

.....

.....

.....

Ответ:

II

7. Ребро куба равно a см, где $1,3 \leq a \leq 1,4$. Оцените объём V и площадь поверхности S этого куба.

.....

.....

.....

.....

Ответ:

8. Радиус основания цилиндра равен r см, где $9 \leq r \leq 10$, а его высота равна h см, где $20 \leq h \leq 21$. Оцените объём V цилиндра, воспользовавшись формулой $V = \pi r^2 h$, где $3,14 < \pi < 3,15$.

.....

.....

.....

Ответ:

9. Используя соотношение между средним арифметическим и средним геометрическим двух положительных чисел, докажите неравенство

$$\left(1 + \frac{a^2}{bc}\right)\left(1 + \frac{b^2}{ac}\right)\left(1 + \frac{c^2}{ab}\right) \geq 8.$$

10. Воспользовавшись соотношением между средним арифметическим и средним геометрическим двух положительных чисел, докажите, что если $xyz = 9$, $x > 0$, $y > 0$, $z > 0$, то

$$(1 + x)(1 + y)(1 + z) > 24.$$

I

1. В каких границах заключено число p , если:

а) $p = 3,8 \pm 0,1$; б) $p = 1,72 \pm 0,13$?

Ответ: а) б)

2. Округлите число 26,273:

а) до единиц; б) до десятых; в) до сотых

и найдите абсолютную погрешность α каждого из приближённых значений:

а) $26,273 \approx$ $\alpha =$

б) $26,273 \approx$ $\alpha =$

в) $26,273 \approx$ $\alpha =$

3. При выполнении вычислений дробь $\frac{5}{17}$ заменили дробью 0,3.

Какова абсолютная погрешность этого приближения?

.....

Ответ:

4. На рулоне обоев написано, что его длина (в метрах) равна $16 \pm 0,3$. Укажите, в каких границах заключена длина рулона:

.....

Может ли оказаться, что длина рулона равна:

а) 15,9 м; б) 16,5 м?

Ответ: а) б)

5. Зная, что $p = 3,7 \pm 0,2$, найдите, в каких границах заключено число p :

Из данных чисел выберите возможные значения p и подчеркните их: 3,64; 3,589; 3,61; 3,484; 3,814; 3,679.

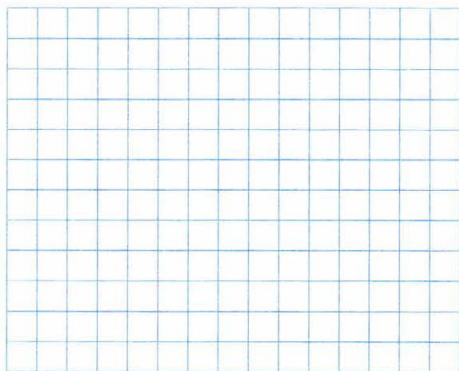
II

6. Начертите произвольный треугольник ABC и измерьте его углы (с точностью до 1°):

$\angle A \approx \dots\dots\dots$, $\angle B \approx \dots\dots\dots$,

$\angle C \approx \dots\dots\dots$.

Вычислите сумму углов треугольника и найдите абсолютную и относительную погрешности полученного результата.



7. В качестве приближённого значения каждого из чисел a и b взято их среднее арифметическое. Чему равна в каждом случае точность приближения?

8. При измерении (в сантиметрах) длины a металлического стержня и диаметра b его поперечного сечения нашли, что $a = 17,9 \pm 0,1$, $b = 3,1 \pm 0,05$. Найдите с помощью калькулятора относительную погрешность приближения и определите, в каком случае качество измерения выше.

Ответ:

9. Фирма решила снять под офис помещение площадью не менее 80 м^2 . Подойдёт ли для этого помещение, состоящее из двух комнат, длина первой из которых равна $a \text{ м}$, ширина — $b \text{ м}$, а длина второй равна $c \text{ м}$, ширина — $d \text{ м}$, где $a = 7,7 \pm 0,1$, $b = 6,2 \pm 0,1$, $c = 8,2 \pm 0,1$, $d = 5,7 \pm 0,1$?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

10. Для перевода дюймов в сантиметры воспользовались равенством $1 \text{ дюйм} \approx 2,5 \text{ см}$. Найдите абсолютную и относительную погрешности, допущенные при замене табличного значения дюйма: $1 \text{ дюйм} = 2,54 \text{ см}$.

.....

.....

.....

11. Решая графически уравнение $x^2 = 12 - x$, ученик нашёл его корни: $x_1 \approx -3,8$, $x_2 \approx 2,7$. Решив это уравнение с помощью формулы корней квадратного уравнения, определите, с какой точностью был найден каждый корень при графическом способе решения.

.....

.....

.....

.....

12. Можно ли на трёхтонном грузовике перевезти за один рейс 12 плит, масса каждой из которых равна m кг, где $m = 250 \pm 10$, если известно, что не допускается перегрузка более 500 кг?

.....
.....
.....

Ответ:

29

ПЕРЕСЕЧЕНИЕ И ОБЪЕДИНЕНИЕ МНОЖЕСТВ

Принятые обозначения:

$A \cap B$ — пересечение множеств A и B ,
 $A \cup B$ — объединение множеств A и B .

I

1. Известно, что A — множество простых однозначных чисел, B — множество натуральных чисел, не превосходящих 13. Задайте перечислением элементов множества A , B , X и Y , где $X = A \cap B$, $Y = A \cup B$.

$A =$

$B =$

$X =$

$Y =$

2. Пусть Q — множество рациональных чисел, I — множество иррациональных чисел, R — множество действительных чисел, \emptyset — пустое множество.

Закончите запись: $Q \cap I =$ $Q \cup I =$

3. Найдите пересечение и объединение множеств букв, которые используются в записи слов:

а) биология и геология; б) математика и грамматика.

Пусть A — множество букв в записи первого слова, B — множество букв в записи второго слова.

а) $A =$ $B =$

$A \cap B =$ $A \cup B =$

б) $A =$ $B =$

$A \cap B =$ $A \cup B =$

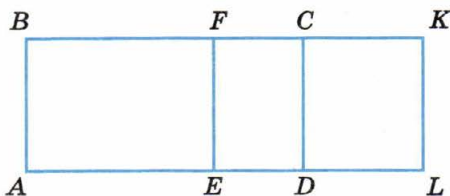
4. Известно, что A — множество простых двузначных чисел, B — множество натуральных чисел, не превосходящих 30. Укажите наименьший и наибольший элементы множеств X и Y , где $X = A \cap B$, $Y = A \cup B$.

Ответ:

5. Известно, что A — множество целых чисел, кратных 6, B — множество целых чисел, кратных 18. Подчеркните верные равенства:

$A \cap B = B$; $A \cup B = B$; $A \cap B = A$; $A \cup B = A$.

6. На рисунке изображены прямоугольники $ABCD$ и $EFKL$. Определите, какая фигура является:



а) пересечением множеств точек, принадлежащих этим прямоугольникам:

б) объединением множеств точек, принадлежащих этим прямоугольникам:

б) объединением множеств точек, принадлежащих этим прямоугольникам:

7. Пусть A — множество простых двузначных чисел, не превосходящих 50, B — множество двузначных чисел, оканчивающихся цифрой 1 и не превосходящих 70. Задайте перечислением элементов множества A , B , $A \cap B$, $A \cup B$.

$A =$

$B =$

$A \cap B =$

$A \cup B =$

II

8. Известно, что точки A , B , C и D расположены на одной прямой, X — множество точек отрезка AB , Y — множество точек отрезка CD , причём

- а) $X \cap Y = AB$; б) $X \cap Y = CD$.

Для каждого случая сделайте чертёж и укажите отрезок, который является объединением множеств X и Y .

а)	
б)	

$X \cup Y =$

$X \cup Y =$

9. Начертите два каких-либо прямоугольника, пересечением множеств точек которых является:

- а) прямоугольник; б) треугольник;
в) отрезок; г) точка.

а)	б)	в)	г)

10. Известно, что A — множество двузначных чисел, кратных 7, B — множество чётных двузначных чисел, $X = A \cap B$. Укажите наибольший и наименьший элементы множества X .

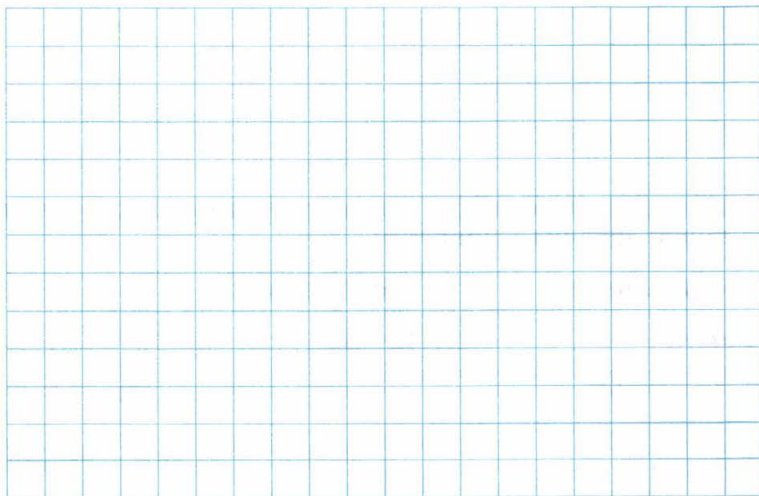
Ответ: наибольший элемент: наименьший элемент:

11. Из 60 участников международной конференции каждый владеет английским или немецким языком, причём 45 человек владеют английским языком, а 36 человек — немецким. Найдите число участников конференции, владеющих английским и немецким языками.

Решение. Общее число участников конференции, владеющих английским или немецким языком, равно Это число больше 60 за счёт того, что в него вошло число участников

Имеем: Значит, двумя языками — английским и немецким — владели участников.

Проиллюстрируем ситуацию с помощью кругов Эйлера.

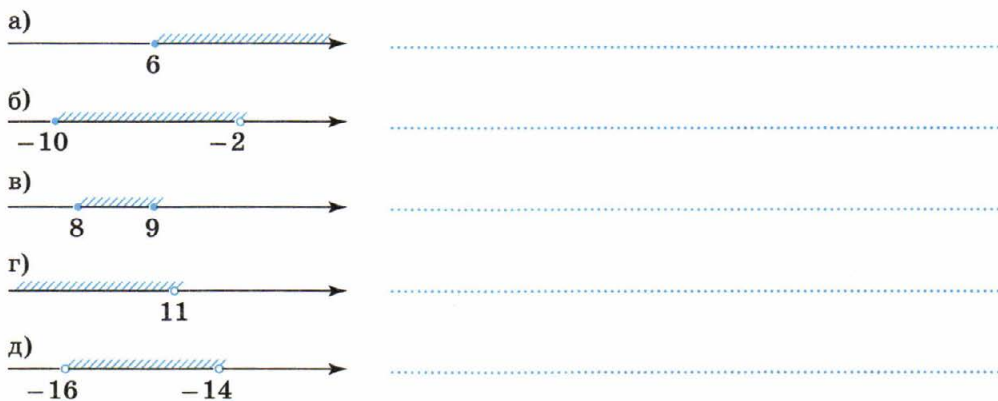


Ответ:

Неравенство	Обозначение и название числового промежутка
$a \leq x \leq b$	$[a; b]$ — числовой отрезок
$a < x < b$	$(a; b)$ — интервал
$a \leq x < b$	$[a; b)$ — полуинтервал
$a < x \leq b$	$(a; b]$ — полуинтервал
$x \geq a$	$[a; +\infty)$ — числовой луч
$x > a$	$(a; +\infty)$ — открытый числовой луч
$x \leq a$	$(-\infty; a]$ — числовой луч
$x < a$	$(-\infty; a)$ — открытый числовой луч

I

1. Обозначьте промежуток, изображённый на рисунке, и назовите его.



2. Назовите числовой промежуток и изобразите его на координатной прямой:

а) $(-3; 7)$ —

б) $(-\infty; 4)$ —

в) $[6; 10]$ — 

г) $[7; +\infty)$ — 

3. Изобразите на координатной прямой множество точек, удовлетворяющих неравенству, и обозначьте его:

а) $x \geq -2,5$: 

б) $x \leq -1$: 

в) $x > 6$: 

г) $x < 0$: 

4. Обозначьте числовой промежуток, задаваемый двойным неравенством, и укажите все целые числа, принадлежащие этому промежутку:

$-2 \leq x < 3,5$, $[-2; 3,5)$, $-2, -1, 0, 1, 2, 3$.

а) $-3 < x < 1,5$,

б) $-1,5 \leq x \leq 4$,

в) $-2,6 \leq x < 0$,

г) $-4,2 \leq x \leq 1$,

5. Укажите два положительных и два отрицательных числа, принадлежащие промежутку:

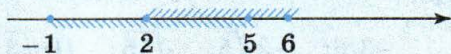
а) $(-7,5; 3,4)$; б) $\left(-2\frac{1}{3}; 3\right)$; в) $(-2,1; 1,1)$; г) $(-0,1; 0,2)$.

Ответ: а) б)

в) г)

6. Изобразите на координатной прямой промежутки и укажите их пересечение:

$$[2; 6] \cap [-1; 5] = [2; 5].$$



а) $(4; 1) \cap [0; 2] = \dots\dots\dots$

б) $[-1; 1] \cap (-3; 3] = \dots\dots\dots$

в) $(2; +\infty) \cap (1; +\infty) = \dots\dots\dots$

г) $(-\infty; 2) \cap (1, 5; +\infty) = \dots\dots\dots$

7. Изобразите на координатной прямой промежутки и укажите их объединение:

$$[-1; 2] \cup [-2; 3] = [-2; 3].$$



а) $[-3; 4] \cup [-2; 1] = \dots\dots\dots$

б) $(-\infty; 2] \cup [1; +\infty) = \dots\dots\dots$

в) $(-\infty; 3] \cup [2; 4] = \dots\dots\dots$

г) $(-\infty; 0) \cup [-1; 1] = \dots\dots\dots$

8. Укажите все дроби вида $\frac{a}{36}$, где $a \in N$, принадлежащие интервалу $\left(\frac{1}{9}; \frac{1}{4}\right)$.

.....

Ответ:

II

9. Подчеркните числа, принадлежащие интервалу $(-3,5;7)$:

$-3,6; -2\sqrt{5}; \sqrt{15}; 10\sqrt{3}; -\sqrt{5}; 6\sqrt{2}; 2\sqrt{11}.$

10. Укажите все целые числа, принадлежащие промежутку:

а) $(-6,03;0)$:

б) $(-\sqrt{15};\sqrt{5})$:

в) $[-1;\sqrt{47})$:

г) $(-\sqrt{11};\sqrt{11})$:

11. Сколько целых чисел принадлежит пересечению интервалов $(-\sqrt{15};\sqrt{3})$ и $(-6;2)$? Выберите верный ответ.

1. Два 2. Три 3. Четыре 4. Пять

12. Укажите все целые числа, принадлежащие промежутку $[-\sqrt{11};\sqrt{3}+\sqrt{7}]$.

.....

13. а) Принадлежит ли промежутку $[0;9,8)$ число $9,78$?

б) Укажите два каких-либо числа, больших, чем $9,78$, принадлежащих промежутку $[0;9,8)$.

Ответ: а) б)

14. Известно, что $A = (-6;13)$; $B = [-8;11]$. Укажите, если возможно, наибольший и наименьший элементы множеств X и Y , если $X = A \cap B$, $Y = A \cup B$.

.....

.....

I

1. Подчеркните числа, которые являются решением неравенства $5 - 3x > 1$:

6; -4; 0; 1; 1,5; -2,5; 101.

2. При каких значениях x :

а) двучлен $6x - 1$ принимает положительные значения;

.....

б) двучлен $66 - 11x$ принимает отрицательные значения?

.....

3. Решите неравенство и изобразите множество его решений на координатной прямой:

а) $5x - 15 > 0$; б) $-6y + 2 > 0$;

в) $3x - 11 \geq -2$; г) $1 - 5x \geq 3$.

.....

.....

.....

а)  б) 

в)  г) 

4. При каких значениях x функция, заданная формулой $y = -7x + 11$, принимает отрицательные значения? Выберите верный ответ.

1. $x > -1\frac{4}{7}$ 2. $x < -1\frac{4}{7}$ 3. $x > 1\frac{4}{7}$ 4. $x < 1\frac{4}{7}$

5. При каких значениях переменной имеет смысл выражение

$$\frac{\sqrt{11-4a}}{a-2} ?$$

.....
.....
Ответ:

6. Найдите множество решений неравенства и укажите три каких-либо числа, принадлежащих этому множеству:

а) $1,2(a - 1) - 0,3(a + 2) < 11;$

б) $0,1(b - 4) - 0,7(2b - 1) - 4 < 0.$

.....
.....
.....
.....
Ответ: а)

б)

7. При каких значениях p :

а) сумма дробей $\frac{p-4}{6}$ и $\frac{2p-1}{8}$ положительна;

.....
.....
.....
.....
б) разность дробей $\frac{7p-1}{5}$ и $\frac{12-p}{15}$ отрицательна?

.....
.....
Ответ: а)

б)

8. Решите неравенство:

а) $\frac{17p-1}{4} + \frac{3-p}{6} < p$; б) $m - \frac{2m+1}{2} < \frac{m-5}{8}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

II

9. Найдите наименьшее целое число, удовлетворяющее неравенству:

а) $\frac{y-1}{5} - y < \frac{y}{15}$; б) $\frac{2y-4}{3} - \frac{y+1}{5} > 1$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

10. Существует ли такое значение a , при котором неравенство $ax < 4x - 1$ не имеет решений?

.....

.....

.....

Ответ:

11. Найдите множество значений p , при которых уравнение $(2p - 3)x^2 - 7x + 1 = 0$ не имеет корней.

.....

.....

.....

Ответ:

12. Найдите область определения функции:

а) $y = \frac{\sqrt{12 - 6x}}{3x + 1}$; б) $y = \frac{15}{\sqrt{5 - x + 2}}$.

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

13. При каких значениях a :

а) множеством решений неравенства $5x - 1 < a$ является числовой промежуток $(-\infty; 6)$;

б) множеством решений неравенства $9x < 0,2a + x$ является числовой промежуток $(-\infty; 8]$?

Ответ: а) б)

14. Найдите наибольшее целое значение a , при котором разность дробей $\frac{14 - 2a}{3}$ и $\frac{4 - a}{4}$ положительна.

Ответ:

15. Для награждения выпускников школа решила приобрести красочные папки. Их можно купить в магазине по цене 32 р. за штуку или заказать в мастерской, которая берёт по 20 р. за папку и ещё 210 р. за оформление заказа. Укажите наибольшее число папок, при котором их выгоднее купить в магазине, чем заказать в мастерской.

Решение.

Ответ:

I

1. Подчеркните числа, которые являются решениями системы не-

$$\text{равенств } \begin{cases} 5x - 11 < 0, \\ 3x + 7 > 4: \end{cases}$$

-3; -2; -1; 0; 2; 2,1; 3.

2. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} x + 0,6 > 0, \\ -6x > -12; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -0,6, \\ x < 2. \end{cases}$$

Ответ: $(-0,6; 2)$.

$$\text{а) } \begin{cases} 0,6x \leq 4, \\ 0,1x + 1 \geq 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 5x \geq 2, \\ 0,2x - 1 < 0; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 3x - 4 > 0, \\ 6 - 2x > 0; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} \frac{1}{3}x > 1, \\ -3x - 1 \leq 0; \end{cases}$$

$$\text{д) } \begin{cases} 15x - 1 < 0, \\ 0,6 - 0,2x < 0; \end{cases}$$

$$\text{е) } \begin{cases} -\frac{5}{6}x \leq 20, \\ 3x \geq -12. \end{cases}$$

Ответ: а) б) в)

г) д) е)

3. Решите систему неравенств и укажите все целые значения переменной, которые являются её решением:

а) $\begin{cases} 3x - 1 < 16, \\ 2 - 5x < 0; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 18 - 6x \geq 0, \\ 3 + 12x \geq 1; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 2 - 11x \leq 0, \\ 3x + 4 \leq 16. \end{cases}$

.....
.....
.....

Ответ: а) б) в)

4. Найдите область определения функции:

а) $y = \sqrt{x} + \sqrt{2-x}$; б) $y = \sqrt{7-x} - \sqrt{4x-11}$.

.....
.....
.....
.....

Ответ: а) б)

5. При каких значениях p :

а) значение дроби $\frac{11-2p}{6}$ больше соответствующего значения дроби $\frac{6p-1}{12}$;

.....
.....

б) значение дроби $\frac{1,7 - 3p}{5}$ меньше соответствующего значения дроби $\frac{2 - p}{15}$;

.....
.....

в) значение двучлена $12p - 1$ больше соответствующего значения дроби $\frac{2 - p}{15}$;

.....
.....

г) значение дроби $\frac{11 - 2p}{4}$ меньше соответствующего значения двучлена $1 - p$?

.....
.....

Ответ: а) б)

в) г)

6. Решите двойное неравенство и изобразите множество его решений на координатной прямой:

а) $-2 < 5x - 4 < 4$;

б) $1,1 < 2 - x < 1,7$;

.....
.....



в) $2,9 \leq 2,7 - 2x \leq 4,8;$

г) $1,9 \leq 1,1 - 0,1x \leq 3,1.$

.....

.....

.....

.....

—————→

—————→

Ответ: а) б)

в) г)

7. Если к некоторому натуральному числу прибавить его половину, то сумма будет больше 30, а если из этого числа вычесть $\frac{1}{3}$ его, то разность будет меньше 17. Найдите все натуральные числа, удовлетворяющие этому условию.

Решение. Обозначим через x число, удовлетворяющее условию задачи. Тогда должны выполняться два неравенства:

..... и

Решим систему неравенств:

.....

.....

.....

.....

Из условия, что x — натуральное число, находим искомые значения x :

Ответ:

II

8. Решите систему неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} 0,6(2-x) - 1,4x < 2,6x - 8, \\ 1,5(x+2) + 0,5x < 6x + 4,6; \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

$$\text{б) } \begin{cases} 2,4(x+1) - 1,9(x-4) < 3x + 6, \\ 3,5(x-2) + 1,5(2x-1) > x - 8,5. \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

9. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 12,4 см. Какую длину может иметь основание треугольника, если известно, что длина основания выражается целым числом, причём периметр треугольника больше 46 см?

Решение.

.....

.....

.....

Ответ:

10. Решите систему неравенств:

а)
$$\begin{cases} 2x - 1 > 8, \\ 3x + 5 > 14, \\ 9 - x > 1; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} 16 - x > 0, \\ 2x - 9 < 5, \\ x + 16 > 11; \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} 8 - 3x > 0, \\ 6 - x < 6, \\ 5x + 1 > 6. \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б) в)

11. Укажите наименьшее и наибольшее целое число, удовлетворяющее неравенству:

а) $-43 \leq 8 - 11x \leq 34;$

б) $-10 < 3x - 1 < 11.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

12. Найдите значения p , при которых не имеет решений система неравенств:

а)
$$\begin{cases} 2x + 4 > p - 2, \\ 3x - 5 < p; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} 3x - 4 > p - 6, \\ 5x - 7 < p. \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

13. При каких значениях a решение системы уравнений

$$\begin{cases} 4x + y = a - 2, \\ x - y = a + 1 \end{cases}$$

удовлетворяет условию $x > 0, y < 0$?

Решение. Выразим через a значения x и y . Получим

.....

.....

.....

.....

.....

Учитывая, что $x > 0$ и $y < 0$, составим систему неравенств с переменной a и решим её.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

14. Найдите наибольшее целое число, удовлетворяющее системе неравенств

$$\begin{cases} \frac{5x-4}{3} - \frac{x+1}{2} < 0, \\ (4x-1)^2 + 11 < (8x-1)(2x+1). \end{cases}$$

.....

.....

.....

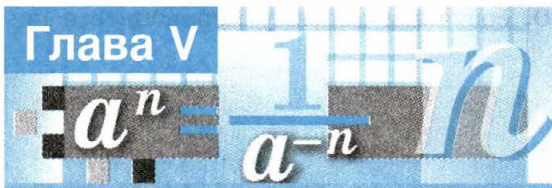
.....

.....

.....

.....

Ответ:



33

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТЕПЕНИ С ЦЕЛЫМ
ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ**

Если $a \neq 0$ и n — целое отрицательное число, то $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$.

I

1. Замените дробью степень с целым отрицательным показателем:

а) $5^{-7} =$ б) $(-0,3)^{-3} =$ в) $y^{-4} =$

г) $(2a)^{-1} =$ д) $(x - y)^{-2} =$ е) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-6} =$

2. Замените дробь степенью с целым отрицательным показателем:

а) $\frac{1}{8^3} =$ б) $\frac{1}{(-2)^2} =$ в) $\frac{1}{0,4^5} =$

г) $\frac{1}{a^4} =$ д) $\frac{1}{(a + 2b)^8} =$ е) $\frac{1}{12} =$

3. При каком значении x верно равенство $x^{-3} = 27$? Выберите верный ответ.

1. $x = 3$ 2. $x = -3$ 3. $x = \frac{1}{3}$ 4. $x = -\frac{1}{3}$

4. Представьте число в виде степени с основанием 7:

а) $49 =$ б) $7 =$ в) $1 =$

г) $\frac{1}{7} =$ д) $\frac{1}{343} =$ е) $\frac{1}{49} =$

5. Вычислите:

а) $5^{-2} =$ б) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} =$ в) $(-4)^{-1} =$
г) $\left(1\frac{1}{3}\right)^{-2} =$ д) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-5} =$ е) $\left(2\frac{1}{7}\right)^{-1} =$

6. Поставьте знак $>$, $<$ или $=$ так, чтобы получилось верное неравенство или равенство:

а) $8^{-5} \square 8^{-3}$; б) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-5} \square \left(\frac{1}{3}\right)^5$; в) $0,1^{-4} \square 0,1^4$;
г) $5^{-2} \square 0,2^2$; д) $(-3)^{-1} \square 3^{-1}$; е) $(-0,1)^{-6} \square (-0,1)^{-3}$.

7. Найдите значение выражения:

$$(-0,4)^{-2} = \frac{1}{(-0,4)^2} = \frac{1}{0,16} = 6,25.$$

а) $-5^{-2} =$ б) $-0,1^{-1} =$
в) $(-0,2)^{-3} =$ г) $-\left(-\frac{1}{2}\right)^{-4}$

8. Покажите с помощью стрелок, каким числом (положительным или отрицательным) является значение выражения.

5^{-8} $(-4)^3$ $-(-2)^5$ $(-13)^2$

положительное число

отрицательное число

$(-15)^{-10}$ $(-0,2)^{-3}$ $-(-3)^{-5}$ $(-15)^{-1}$

II

9. Вычислите:

а) $9 \cdot 3^{-4} =$

б) $100 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)^{-2} =$

в) $3^{-1} + 2^{-3} =$

г) $0,2^0 - 0,1^{-3} =$

д) $36 \cdot (-3)^{-2} =$

е) $15 : \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} =$

10. Представьте в виде дроби выражение:

$$a^{-3} + b^{-2} = \frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^2} = \frac{b^2 + a^3}{a^3 b^2}.$$

а) $xy^{-2} - xy^{-3} =$

б) $(a - 3b^{-2})(a^{-1} - 3b) =$

в) $(c^{-2} - d^{-2})(c - d)^{-1} =$

г) $(x^{-3} + a^{-3})(x + a)^{-1} =$

11. Вычислите:

а) $\left(\frac{3}{7}\right)^{-2} - \left(\frac{9}{14}\right)^{-1} + 7 \cdot \left(2\frac{1}{4}\right)^{-1} =$

.....

.....

б) $37 \cdot 6^{-2} - 3 \cdot \left(\frac{4}{7}\right)^{-1} + 5 \cdot \left(1\frac{1}{2}\right)^{-2} =$

.....

.....

12. Упростите выражение:

а) $\frac{x^{-1} + y^{-1}}{x^{-2} - y^{-2}} =$

.....

б) $\frac{a^{-2} - b^{-2}}{(ab)^{-1}(a-b)^2} =$

.....

в) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-2} - \left(\frac{a}{b}\right)^{-1} =$

.....

г) $\frac{cd^{-1} - c^{-1}d}{c^{-2} - d^{-2}} =$

.....

13. Корни уравнения $2x^2 - nx + 3 = 0$ связаны соотношением $x_1^{-2} + x_2^{-2} = 1\frac{4}{9}$. Определите n .

Закончите решение:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{n}{2}; \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{3}{2}; \end{cases} \quad x_1^{-2} + x_2^{-2} = \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1^2 x_2^2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{(x_1 x_2)^2};$$

Ответ:

14. Вычислите:

а) $(3^{-1} + 5^{-1})^2 : (3^{-1} - 5^{-1})^2 =$

б) $(16^{-1} - 12^{-1}) : (16^{-1} + 12^{-1}) =$

в) $9 \cdot 2^{-1} \cdot (7^{-1} + 4^{-2}) =$

г) $(0,2^{-1} - 0,4^{-1}) : (3 \cdot 0,1^{-1} + 0,3^{-1}) =$

15. Найдите значение выражения $(a^{-1} + b^{-1})(a^{-3} + a^{-2}b^{-1} - a^{-1}b^{-2} + b^{-3})$ при $a = \frac{1}{5}$, $b = -\frac{1}{3}$.
-
-
-

Ответ:

34

СВОЙСТВА СТЕПЕНИ С ЦЕЛЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

Для каждого $a \neq 0$ и любых целых m и n
 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$; $a^m : a^n = a^{m-n}$; $(a^m)^n = a^{mn}$.

Для каждого $a \neq 0$, $b \neq 0$ и любого целого n

$$(ab)^n = a^n b^n; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

I

1. Вычислите:

а) $2^6 : 2^8 =$

б) $(7^3)^{-2} \cdot 7^7 =$

в) $5^3 \cdot 5^{-5} \cdot 5^4 =$

г) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 =$

д) $(0,2^{-2})^{-2} =$

е) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} : \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} =$

2. Представьте выражение в виде степени с основанием 5 и найдите его значение:

а) $125 \cdot 5^{-2} =$

б) $25^{-3} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-4} =$

в) $0,2^2 \cdot (5^{-4})^{-1} =$

г) $5^7 : (125^{-1})^{-3} =$

3. Найдите значение выражения:

а) $\frac{(3^2)^6 \cdot (3^{-4})^3}{9^2} =$

б) $16^{-4} \cdot 4^3 : 2^{-7} =$

в) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \cdot 81^{-4} \cdot \left(\frac{1}{27}\right)^{-5} =$

г) $(0,04^{-3})^{-2} \cdot 125^{-1} \cdot (25^{-3})^{-2} =$

4. Упростите выражение:

а) $0,8m^{-3}n^5 \cdot 5m^2n^{-1} =$

б) $2\frac{1}{3}a^{-4}b^{18} : (7a^{-6}b^{20}) =$

в) $0,5x^{-1}y^{-5} \cdot 4x^{-3}y^5 =$

г) $\frac{2}{5}p^{-4}q^{-3} : (0,6p^5q^{-1}) =$

5. Найдите значение выражения:

а) $0,3c^{-3}d^5 \cdot 15c^5d^{-4}$ при $c = -0,2$, $d = 10$;

.....
.....

б) $\frac{4}{7}a^{-7}b^2 : (8a^{-9}b^4)$ при $a = 0,6$, $b = \frac{1}{7}$;

.....

.....

в) $5(x^{-3})^{-1} \cdot (y^2)^{-2} \cdot 0,1xy^{-1}$ при $x = 1\frac{1}{2}$, $y = 0,5$;

.....

.....

г) $0,2m^{-3}n^2 \cdot 8(m^{-2})^{-2} : \left(\frac{1}{20}n^{-4}\right)$ при $m = 150$, $n = -0,5$.

.....

.....

Ответ: а) б) в) г)

6. Сократите дробь (n — целое число):

$$\frac{15^n}{3^{n+1} \cdot 5^{n-1} - 0,2^{-n} \cdot 3^n} = \frac{5^n \cdot 3^n}{3^{n+1} \cdot 5^{n-1} - 5^n \cdot 3^n} = \frac{5^n \cdot 3^n}{3^n \cdot 5^{n-1} \cdot (3-5)} = \frac{5}{-2} = -2,5.$$

а) $\frac{3^{n+1} + 3}{\left(\frac{1}{9}\right)^{-n} - 1} =$

.....

б) $\frac{7^n + 1}{7^{-n} + 1} =$

.....

в) $\frac{21^n}{3^{n+3} \cdot 7^n} =$

.....

г) $\frac{4^{-n} + 4^{2-n}}{51} =$

.....

II

7. Представьте в виде рациональной дроби выражение:

а) $(cd^{-2} - c^{-2}d) \cdot (d^{-1} - c^{-1})^{-1} =$

.....

б) $(a^{-2}(a-b) - b^{-2}(a-b)) \cdot ab(a-b)^{-3} =$

.....

.....

8. Докажите, что значение выражения не зависит от значений переменных (m, n — целые числа):

а) $\frac{3^{m+1} \cdot 0,2^{-n-3} - 3^{m-2} \cdot 0,2^{-n-5}}{3^{m-2} \cdot 5^{n+1}} =$

.....

.....

б) $\frac{7^m \cdot 0,5^{-3n}}{7^{m-1} \cdot 8^n - 7^m \cdot 2^{3n-1}} =$

.....

.....

9. Упростите выражение:

$\left(\frac{x^{-3} - 8y^{-3}}{x^{-1} - 2y^{-1}} + 2x^{-1}y^{-1} \right) : (x^{-1} + 2y^{-1}) =$

.....

.....

10. Найдите значение выражения $\frac{(3a+b)^{-2} - (3a-b)^{-2}}{(3a-b)^{-2} + (3a+b)^{-2}}$ при $\frac{a}{b} = 0,5$.

.....

.....

.....

Ответ:

11. Докажите тождество $\frac{3^n \cdot 11^{n-1} - 3^{n-2} \cdot 11^n}{33^n} + \frac{2}{99} = 0$, где n — целое число.

.....

.....

.....

12. Корни x_1 и x_2 уравнения $nx^2 - 5x + 3 = 0$ связаны соотношением: $x_1^{-3} + x_2^{-3} = 1\frac{8}{27}$. Определите n .

.....

.....

.....

.....

Ответ:

Стандартный вид числа α : $\alpha = a \cdot 10^n$, где $1 \leq a < 10$, n — целое число. Число n называется порядком числа α .

I

1. Подчеркните числа, которые записаны в стандартном виде:

3,1618 · 10⁵; 0,14 · 10³; 25,4 · 10⁻³; 5,6; 518 · 10⁻¹; 6,15 · 10².

2. Запишите число в стандартном виде:

а) 75 000 = б) 612 000 000 =

в) 11,16 = г) 0,902 =

д) 0,000047 = е) 5 =

3. Укажите порядок числа y , если:

а) $10 \leq y < 100$; б) $1000 \leq y < 10\ 000$;

в) $0,001 \leq y < 0,01$; г) $0,00001 \leq y < 0,0001$.

Ответ: а) б) в) г)

4. Сравните значения выражений:

а) $4,3 \cdot 10^8$ $5,2 \cdot 10^7$; б) $2,6 \cdot 10^{-3}$ $3,7 \cdot 10^{-3}$;

в) $1,4 \cdot 10^7$ $1,5 \cdot 10^7$; г) $3,8 \cdot 10^{-6}$ $2,2 \cdot 10^{-5}$.

5. Представьте число в стандартном виде:

а) $81 \cdot 10^4 =$ б) $906 \cdot 10^7 =$

в) $0,28 \cdot 10^3 =$ г) $0,009 \cdot 10^{15} =$

д) $77 \cdot 10^{-8} =$ е) $0,014 \cdot 10^{-2} =$

6. Порядок числа a равен -10 . Определите порядок числа:

а) $1000a$; б) $a \cdot 10^5$; в) $0,001a$; г) $\frac{a}{10^{-4}}$.

Ответ: а) б) в) г)

II

7. Выполните умножение. Результат запишите в стандартном виде:

а) $(5,16 \cdot 10^4) \cdot (7,2 \cdot 10^2) =$

б) $(5,8 \cdot 10^{-5}) \cdot (6,1 \cdot 10^7) =$

в) $(7,1 \cdot 10^{-2}) \cdot (5,2 \cdot 10^{-4}) =$

г) $(6,3 \cdot 10^3) \cdot (2,4 \cdot 10^{-6}) =$

8. Выразите:

а) $7,82 \cdot 10^{-4}$ т в килограммах:

б) 6,1 см в километрах:

в) 1,3 кг в миллиграммах:

г) 3 мм в метрах:

9. Представьте в стандартном виде сумму чисел:

а) $2,4 \cdot 10^{-5} + 7,6 \cdot 10^{-5} =$

б) $3,1 \cdot 10^4 + 2,8 \cdot 10^5 =$

в) $1,5 \cdot 10^{-2} + 3,2 \cdot 10^{-3} =$

г) $7,2 \cdot 10^{-1} + 2,3 \cdot 10^{-3} =$

10. Выразите время в секундах и запишите результат в стандартном виде:

а) 10 мин =

б) 2 ч =

в) 12 ч =

г) 1 сутки =

11. Плотность свинца равна $11,4 \text{ г/см}^3$. Найдите массу свинцовой плиты, длина которой 1,8 м, ширина $5 \cdot 10^{-1}$ м и толщина $1,5 \cdot 10^{-1}$ м.

Решение. $11,4 \text{ г/см}^3 = 11,4 \text{ т/м}^3$, так как $1 \text{ г} = 10^{-6} \text{ т}$, $1 \text{ см}^3 = 10^{-6} \text{ м}^3$.

.....
.....
.....

Ответ:

36

СБОР И ГРУППИРОВКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ

I

1. Подсчитывая число заданий, верно выполненных восьмиклассниками в итоговом тесте по алгебре, получили такие данные:
8, 10, 7, 7, 5, 6, 8, 4, 3, 3, 3, 7, 5, 5, 5,
4, 6, 10, 9, 9, 8, 8, 8, 5, 5, 4, 3, 3, 4, 5.

Представьте эти данные в виде таблицы частот.

Число верно выполненных заданий	3	4	5	6	7	8	9	10
Частота								

2. В дачном посёлке провели учёт площади участков (в арах). Получили такие данные:

6,3, 6,0, 7,6, 8,3, 6,7, 6,9,
 7,5, 6,7, 8,1, 8,5, 7,6, 7,3,
 6,9, 7,1, 8,0, 6,7, 8,0, 8,4,
 8,3, 7,8, 6,4, 7,9, 6,3, 7,5.

Представьте эти данные в виде интервального ряда с длиной интервала 0,5. (Здесь и далее будем считать, что граничное справа число относится к последующему промежутку.)

Площадь участков, ар	6,0—6,5	6,5—7,0	7,0—7,5	7,5—8,0	8,0—8,5
Число участков					

3. При оценке качества продукции, изготовленной рабочими цеха, выбрали произвольно 100 ящиков с деталями и подсчитали число бракованных деталей в каждом из них. Получили такую таблицу:

Число бракованных деталей	0	1	2	3
Число ящиков	31	29	26	14

Найдите среднее арифметическое, размах и моду полученного ряда данных.

Общее число бракованных деталей равно $0 \cdot 31 + 1 \cdot 29 + 2 \cdot 26 + 3 \cdot 14 = \dots\dots\dots$

Число ящиков равно $\dots\dots\dots$

Среднее арифметическое равно $\dots\dots\dots$

Размах ряда равен $\dots\dots\dots$

Мода ряда равна $\dots\dots\dots$

4. При подведении итогов выполнения восьмиклассниками контрольной работы по алгебре составили таблицу частот.

Число верно выполненных заданий	1	2	3	4	5	6	7
Частота	0	0	4	9	10	8	7

Для представленного ряда данных найдите среднее арифметическое, размах и моду. Что характеризует каждый из этих показателей?

Среднее арифметическое равно

.....

Оно показывает

.....

Размах ряда равен

Он характеризует

.....

Мода ряда равна

Она показывает

.....

5. Учащихся двух восьмых классов попросили отметить время, которое они затратили в определённый день на просмотр телепередач. На основе полученных данных составили такую таблицу:

Время, ч	0—0,5	0,5—1	1—1,5	1,5—2	2—2,5	2,5—3
Число учащихся	4	12	16	20	10	8

Заменяв каждый интервал его серединой, представьте эти данные в виде таблицы частот.

Время, ч						
Частота						

Для полученного ряда данных найдите среднее арифметическое, моду и размах.

Среднее арифметическое ряда равно

.....

.....

Мода ряда равна

Размах ряда равен

6. Проводя опрос учащихся, решили получить данные о времени (в часах), которое они затрачивают на дорогу от дома до школы. Для этого опросили:
- а) учащихся сельских школ, проживающих в тех деревнях или посёлках, где расположена школа;
 - б) учащихся сельских школ, обучающихся в соседнем селе или городе и добирающихся до школы пешком.
- Укажите, какие ещё категории учащихся следует, на ваш взгляд, включить в выборку, чтобы она была представительной.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

II

7. Известно число сотрудников предприятия, прошедших переподготовку в различных организациях.
1. На самом предприятии — 60 человек.
 2. В компаниях-партнёрах — 70 человек.
 3. На курсах повышения квалификации — 130 человек.
 4. В вузах и средних учебных заведениях — 40 человек.
- Пользуясь указанными данными, заполните таблицу относительных частот.

Место переподготовки	1	2	3	4
Относительная частота, %				

.....

.....

.....

.....

8. Проводя учёт числа деталей, обработанных токарями цеха за смену, составили таблицу. Одно число в этой таблице оказалось стёртым.

Число деталей	20	21	22	23	24
Число токарей	3	6	8		4

Восстановите это число, если известно, что в среднем токари обрабатывали по 22 детали.

Решение. Обозначим через x число токарей, которые обрабатывали за смену 23 детали. Выразим через x среднее арифметическое ряда:

.....

.....

Составим уравнение, воспользовавшись тем, что среднее арифметическое равно 22, и решим его.

.....

.....

.....

Ответ:

9. Данные о числе холодильников «Электролюкс», проданных в ноябре магазином «Техносила», были представлены в таблице. Одно число в этой таблице оказалось стёртым.

Число проданных холодильников «Электролюкс»	13	14		20
Число дней	5	5	10	10

Восстановите пропущенное число, если известно, что в среднем магазин продавал в день по 16,5 холодильника этой марки.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

10. Для того чтобы определить степень засорённости цветочных семян, выбрали произвольным образом несколько пакетов с семенами и подсчитали число семян сорных растений в каждом из этих пакетов. Результаты подсчёта были представлены в виде таблицы частот. В таблице два числа оказались стёртыми.

Число семян сорных растений	0	1	2	3	4	5
Частота	5	8	10			6

Восстановите пропущенные числа, если известно, что пакетов с тремя семенами сорных растений оказалось на 3 больше, чем с четырьмя, причём в среднем в каждом пакете было по 2,6 семени сорного растения.

Решение. Допустим, что было x пакетов с тремя семенами сорных растений. Тогда число пакетов с четырьмя семенами сорных растений равно Выразим через x среднее арифметическое числа сорных растений в пакетах:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

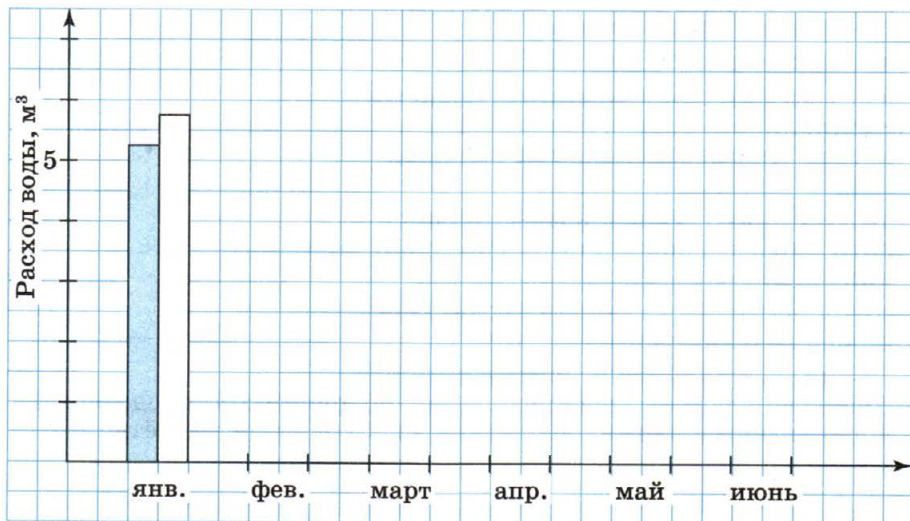
Ответ:

I

1. В таблице приведены данные о расходе семьёй холодной и горячей воды в течение полугодия.

Месяц	январь	февраль	март	апрель	май	июнь
Расход холодной воды, м ³	5,1	5,3	5,6	4,7	4,4	2,8
Расход горячей воды, м ³	6,2	6,5	6,8	6,6	6,4	3,1

Продолжите построение столбчатой диаграммы, характеризующей расход холодной и горячей воды.



холодная вода
 горячая вода

2. В ходе интернет-опроса родителей выяснялось, сколько времени проводит их ребёнок в Интернете. Всего было собрано около тысячи голосов, которые распределились следующим образом:

4—5 ч — 33%, 3 ч — 23%, 1—2 ч — 15%, не более 1 ч — 15%, не пользуются Интернетом — 14%.

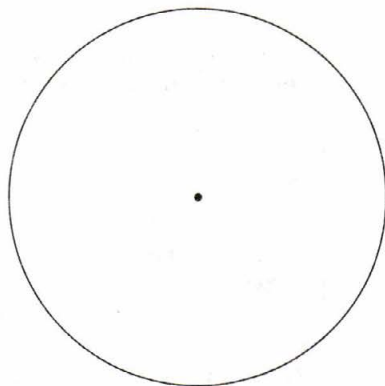
Проиллюстрируйте результаты опроса с помощью круговой диаграммы, выполнив необходимые расчёты.

.....

.....

.....

.....



3. Имеются следующие данные об уровне образования сотрудников некоторого предприятия:

выпускники вузов — 40%;

выпускники учреждений среднего специального образования (техникумы, профессиональные колледжи) — 23%;

выпускники учреждений начального профессионального образования — 29%;

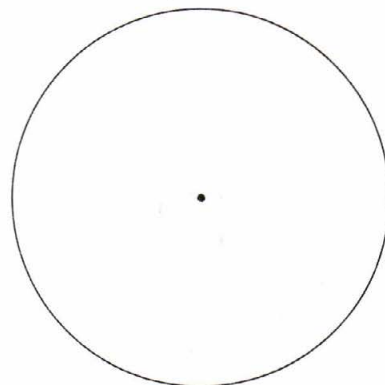
сотрудники, не имеющие профессионального образования — 8%.

Проиллюстрируйте с помощью круговой диаграммы распределение сотрудников предприятия по уровню образования, выполнив необходимые расчёты.

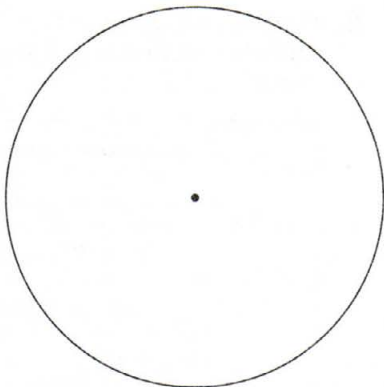
.....

.....

.....



4. За сезон юношеская футбольная команда города провела 15 встреч, в которых она 6 раз победила, 3 раза потерпела поражение, а остальные встречи свела вничью. Постройте круговую диаграмму, иллюстрирующую результативность встреч, проведённых командой, выполнив необходимые расчёты.



.....

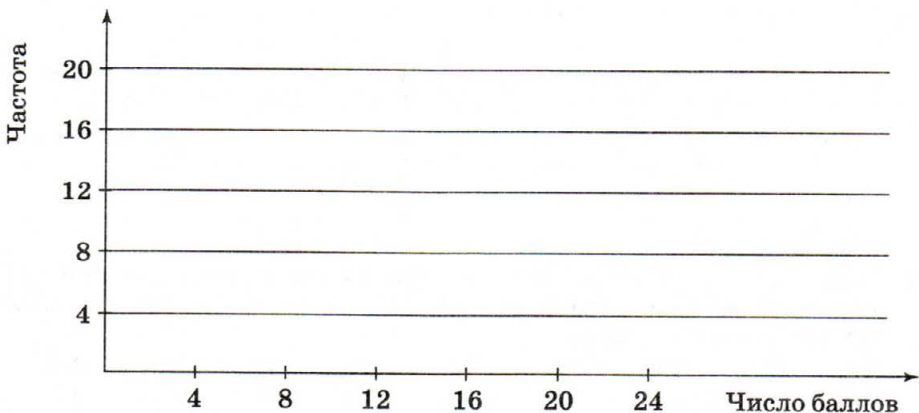
.....

.....

5. Выполнение контрольной работы по алгебре учащимися двух восьмых классов оценивалось в баллах, которые выставлялись за каждое задание с учётом его сложности. По итогам проверки была составлена таблица, в которой отмечалось число учащихся, получивших указанное число баллов.

Число баллов	4—8	8—12	12—16	16—20	20—24
Число учащихся	8	12	18	17	10

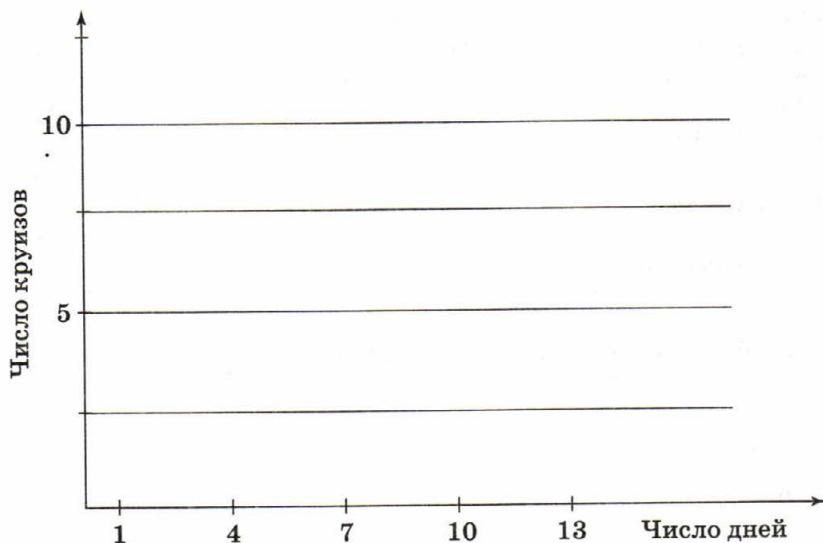
Постройте гистограмму, характеризующую распределение учащихся по итогам выполнения контрольной работы.



6. Речные круизы, отправлявшиеся из Москвы летом 2010 года, распределялись по своей продолжительности следующим образом:

Продолжительность	Число круизов
от 1 до 4 дней	10
от 4 до 7 дней	11
от 7 до 10 дней	5
от 10 до 13 дней	10

Постройте гистограмму, характеризующую распределение круизов по их продолжительности.



II

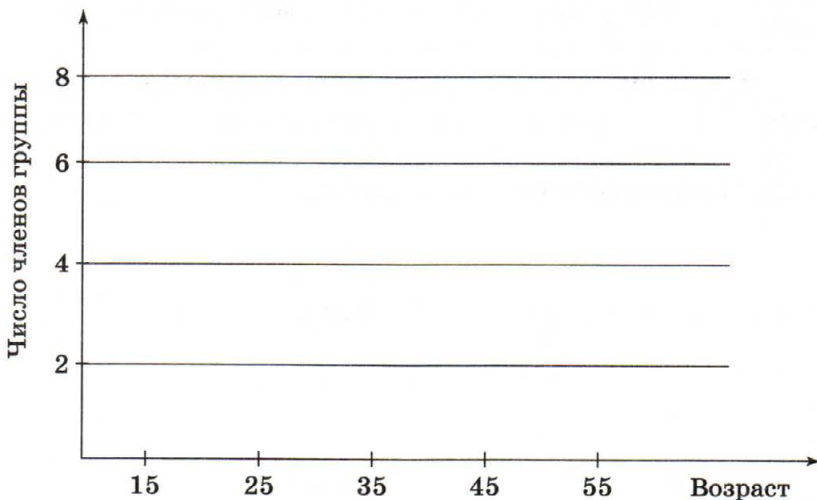
7. При изучении возрастного состава членов туристической группы каждого из них попросили указать полное число лет. Получили следующие данные:

42, 28, 26, 34, 39, 45, 54, 36, 48, 16,
19, 21, 30, 35, 44, 39, 37, 38, 42, 52.

Составьте интервальный ряд, характеризующий возрастной состав группы, заполнив таблицу.

Возраст, лет	15—25	25—35	35—45	45—55
Число членов группы				

Постройте соответствующую гистограмму.



8. В ходе статистического исследования был проведён учёт времени, которое каждый из 40 токарей цеха затрачивал на обработку детали нового образца. По результатам исследования были составлены два интервальных ряда, один с интервалом 15 мин, а другой с интервалом 20 мин. Для каждого интервального ряда была построена гистограмма. Укажите:

а) чем различаются построенные гистограммы;

.....

.....

б) что общего у построенных гистограмм?

.....

.....

9. В таблице показано, сколько изделий изготовила артель в каждом квартале 2009 и 2010 годов.

Год	2009				2010			
	I	II	III	IV	I	II	III	IV
Число изделий	260	275	195	310	320	345	290	385

Постройте полигон, иллюстрирующий выработку артели.

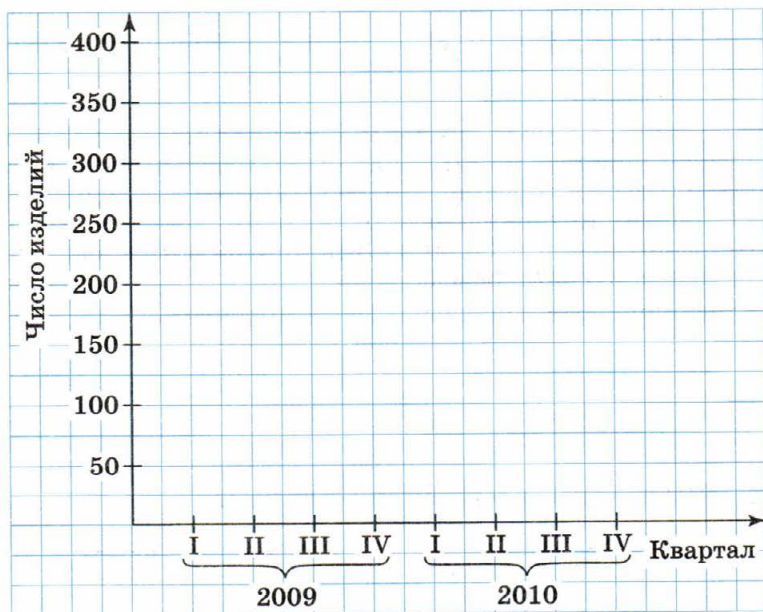
Укажите два квартала, следующих один за другим, когда произошло:

- а) наибольшее увеличение выработки:

.....

- б) наименьшее увеличение выработки:

.....



10. На рисунке построены полигоны, иллюстрирующие продажу магазином «Техносила» в течение недели кондиционеров (сплошная линия) и вентиляторов (пунктирная линия). Укажите два дня недели, следующие один за другим, когда в последующий день по сравнению с предыдущим:

а) число проданных кондиционеров уменьшилось, а число вентиляторов не изменилось:

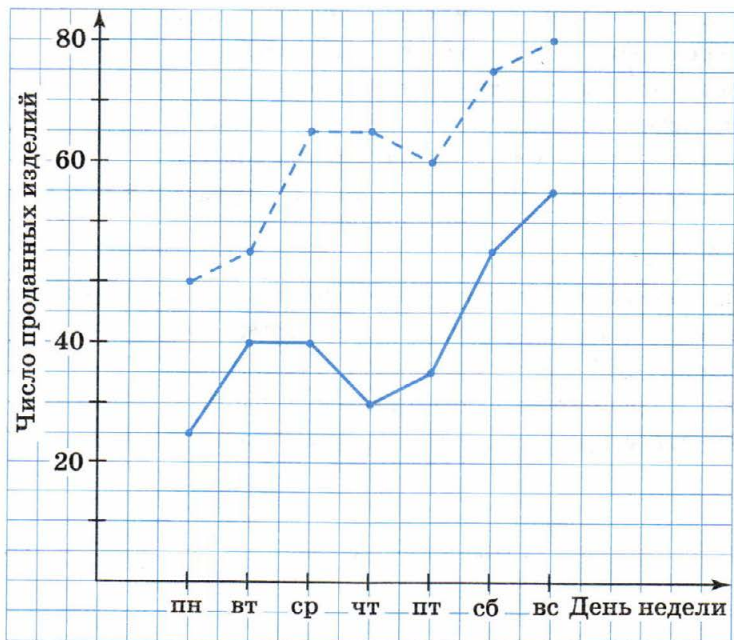
.....

б) число проданных кондиционеров не изменилось, а число проданных вентиляторов возросло:

.....

в) число проданных кондиционеров увеличилось, а число проданных вентиляторов уменьшилось:

.....



Содержание

Предисловие.....	3
------------------	---

Глава III. Квадратные уравнения

19. Неполные квадратные уравнения.....	4
20. Формула корней квадратного уравнения.....	10
21. Решение задач с помощью квадратных уравнений.....	18
22. Теорема Виета.....	24
23. Решение дробных рациональных уравнений.....	32
24. Решение задач с помощью рациональных уравнений.....	42

Глава IV. Неравенства

25. Числовые неравенства.....	50
26. Свойства числовых неравенств.....	54
27. Сложение и умножение числовых неравенств.....	58
28. Погрешность и точность приближения.....	62
29. Пересечение и объединение множеств.....	65
30. Числовые промежутки.....	69
31. Решение неравенств с одной переменной.....	73
32. Решение систем неравенств с одной переменной.....	78

Глава V. Степень с целым показателем. Элементы статистики

33. Определение степени с целым отрицательным показателем.....	86
34. Свойства степени с целым показателем.....	91
35. Стандартный вид числа.....	96
36. Сбор и группировка статистических данных.....	98
37. Наглядное представление статистической информации.....	105