



ФГОС

УМК

Т.М. Ерина

Рабочая тетрадь по алгебре

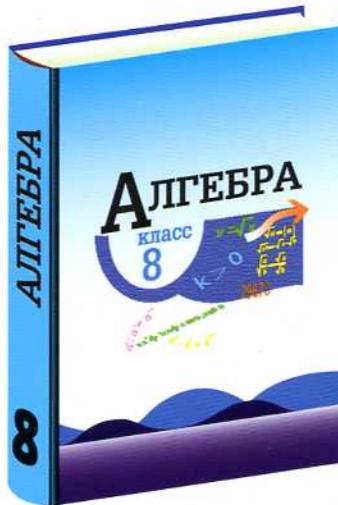
К учебнику Ю.Н. Макарычева и др.
«Алгебра. 8 класс»

учени _____ класса _____

школы _____

8

класс



Учебно-методический комплект

Т.М. Ерина

Рабочая тетрадь по АЛГЕБРЕ

К учебнику Ю.Н. Макарычева и др.
«Алгебра. 8 класс»

8
класс

*Рекомендовано
Российской Академией Образования*

Издательство
«ЭКЗАМЕН»
МОСКВА • 2013

УДК 373:512
ББК 22.14я72
Е71

Имя автора и название цитируемого издания указаны на титульном листе данной книги (ст. 1274 п. 1 части четвертой Гражданского кодекса Российской Федерации).

Изображение учебника «Алгебра. 8 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / Ю.Н. Макарычева и др. — М. : Просвещение» приведено на обложке данного издания исключительно в качестве иллюстративного материала (ст. 1274 п. 1 части четвертой Гражданского кодекса Российской Федерации).

Ерина, Т.М.

Е71 Рабочая тетрадь по алгебре: 8 класс: к учебнику Ю.Н. Макарычева и др. «Алгебра. 8 класс» / Т.М. Ерина. — М. : Издательство «Экзамен», 2013. — 160 с. (Серия «Учебно-методический комплект»)

ISBN 978-5-377-05176-3

Данное пособие полностью соответствует федеральному государственному образовательному стандарту (второго поколения).

Рабочая тетрадь является необходимым дополнением к школьному учебнику Ю.Н. Макарычева и др. «Алгебра. 8 класс» (издательство «Просвещение»), рекомендованному Министерством образования и науки Российской Федерации и включенном в Федеральный перечень учебников.

Автором предложены разнообразные упражнения по всем темам, изложенным в учебнике, в том числе: задания для закрепления изученного материала, задачи повышенной сложности, занимательные и развивающие задачи.

Выполнение теоретических и практических заданий рабочей тетради позволит каждому ученику лучше освоить материал учебника и применить полученные знания на практике.

В тетради имеются образцы для выполнения заданий. Нумерация и название пунктов рабочей тетради соответствуют нумерации и названию пунктов учебника.

Тетрадь предназначена для работы с учащимися общеобразовательных учреждений.

Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных учреждениях.

УДК 373:512
ББК 22.14я72

Формат 70x100/16.

Гарнитура «Школьная». Бумага офсетная. Уч.-изд. л. 3,30.

Усл. печ. л. 13. Тираж 150 000 (1-й завод — 10 000) экз. Заказ № 2751/12.

ISBN 978-5-377-05176-3

© Ерина Т.М., 2013

© Издательство «ЭКЗАМЕН», 2013

ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава I. Рациональные дроби	5
1. Рациональные выражения	5
2. Основное свойство дроби. Сокращение дробей	9
3. Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями.....	14
4. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями	19
5. Умножение дробей. Возведение дроби в степень	28
6. Деление дробей	33
7. Преобразование рациональных выражений	35
8. Функция $y = \frac{k}{x}$ и ее график	41
Глава II. Квадратные корни	45
10. Рациональные числа	45
11. Иррациональные числа	48
12. Квадратные корни. Арифметический квадратный корень	50
13. Уравнение $x^2 = a$	53
14. Нахождение приближенных значений квадратного корня	56
15. Функция $y = \sqrt{x}$ и ее график	59
16. Квадратный корень из произведения и дроби	61
17. Квадратный корень из степени	64
18. Вынесение множителя из-под знака корня. Вынесение множителя под знак корня	67
19. Преобразование выражений, содержащих квадратные корни	69
Глава III. Квадратные уравнения	74
21. Неполные квадратные уравнения.....	74
22. Формула корней квадратного уравнения	78
23. Решение задач с помощью квадратных уравнений	84
24. Теорема Виета	87
25. Решение дробных рациональных уравнений	91
26. Решение задач с помощью рациональных уравнений	101
Глава IV. Неравенства	106
28. Числовые неравенства	106
29. Свойства числовых неравенств.....	109

ОГЛАВЛЕНИЕ

30. Сложение и умножение числовых неравенств	112
31. Погрешность и точность приближения	119
32. Пересечение и объединение множеств	121
33. Числовые промежутки	123
34. Решение неравенств с одной переменной	127
35. Решение систем неравенств с одной переменной	133
Глава V. Степень с целым показателем. Элементы статистики	141
37. Определение степени с целым отрицательным показателем	141
38. Свойства степени с целым показателем	145
39. Стандартный вид числа.....	149
40. Сбор и группировка статистических данных	152
41. Наглядное представление статистической информации	158

При изучении математики в 7 классе учащимся предлагаются различные темы, направленные на формирование базовых знаний и навыков по математике. Важнейшими из них являются темы, связанные с изучением арифметики, геометрии, алгебры, статистики и т. д.

Тема «Степень с целым показателем. Элементы статистики» является важной частью курса математики. В данной теме рассматриваются основные свойства степени с целым показателем, стандартный вид числа, методы сбора и группировки статистических данных, а также наглядное представление статистической информации.

Материал темы «Степень с целым показателем. Элементы статистики» включает в себя следующие разделы:

- 37. Определение степени с целым отрицательным показателем
- 38. Свойства степени с целым показателем
- 39. Стандартный вид числа.....
- 40. Сбор и группировка статистических данных
- 41. Наглядное представление статистической информации

Все темы курса математики в 7 классе направлены на формирование базовых знаний и навыков по математике, а также развитие логического мышления, способности к решению задач и способности к самостоятельной работе.

Глава I. РАЦИОНАЛЬНЫЕ ДРОБИ



1. РАЦИОНАЛЬНЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ

Цели ученика:

- освоить понятия: дробное выражение, рациональное выражение, рациональная дробь, допустимые значения переменных;
- овладеть умением вычислять значение рациональной дроби, находить область допустимых значений переменной в выражении.

Универсальные учебные действия (УУД):

- **регулятивные:** постановка учебной задачи на основе соотнесения того, что уже известно и усвоено и того, что неизвестно;
- **коммуникативные:** построение речевых высказываний;
- **познавательные:** анализ объектов с выделением существенных и несущественных признаков;
- **личностные:** самооценка.

1. Упростите выражения:

а) $(5b - 8) + (4 - b) =$ _____ ;

б) $(7a + 14) - (2 - 5a) =$ _____ .

2. Представьте в виде многочлена:

а) $3c^2(5c - 8) =$ _____ ;

б) $(a - 3)(a^2 - 4a - 1) =$ _____ .

3. Выполните действия:

а) $\frac{42^2 - (0,42)^2}{42,42} =$ _____ ;

б) $(4472 - 4532) : 900 =$ _____ .

4. Закончите предложения:

- а) Выражения, составленные из чисел и переменных с помощью действий сложения, вычитания и умножения, а также деления на число, отличное от нуля, называют _____.
- б) Выражения, составленные из чисел и переменных, в которых помимо действий сложения, вычитания и умножения содержится деление на выражение с переменной называют _____.
- в) Целые и дробные выражения называются _____.
- г) Значения переменных, при которых выражение имеет смысл, называют _____.
- д) Дробь, числитель и знаменатель которой — многочлены, называют _____.

5. Из рациональных выражений: $\frac{2x^2}{4y^2}$; $\frac{8a^2 - 3a + 7}{6}$; $\frac{a^2}{b^2}$; $\frac{4}{5n - 8}$; $\frac{7y + 4}{6}$; $5k - \frac{a^2}{b^2}$; $\frac{3t^2 - 4t + 8}{3} - 6a$; $\frac{5ab + 2a^2b^2}{8a - 11b}$ выпишите:

Целые выражения	Дробные выражения	Рациональные дроби

6. Заполните таблицу:

a	-5	-4	-3	0	0,5	1	2,5	4	5	7
$\frac{2a - 9}{1 + a}$										

7. Найдите значение дроби $\frac{m^2 - n}{3mn + 2}$ при

- а) $m = -2$, $n = -1$ _____;
- б) $m = -3$, $n = 0$ _____;
- в) $m = 6$, $n = 4$ _____.

8. Установите, при каких значениях переменной не имеет смысла рациональное выражение:

а) $\frac{a+1}{a-2}$ при $a =$

д) $\frac{x+2}{x-8}$ при $x =$

б) $\frac{x-8}{x+3}$ при $x =$

е) $\frac{16}{a^2-25}$ при $a =$

в) $\frac{b}{b^2-4}$ при $b =$

ж) $\frac{1+4b}{b+7}$ при $b =$

г) $\frac{k}{k-8} + \frac{3k+1}{k+1}$ при $k =$

з) $\frac{5}{x} - \frac{7x-3}{x+4}$ при $x =$

9. Найдите допустимые значения переменной в выражениях:

а) $a + 7$ _____;

б) $\frac{3x-4}{6}$ _____;

в) $\frac{c^2+1}{c^2-3c}$ _____;

г) $\frac{y^2-4}{5y(y+1)}$ _____;

д) $\frac{b+7}{b^2+4}$ _____;

е) $\frac{y}{y-7} + \frac{6}{y+8}$ _____;

ж) $\frac{5x-1}{3x(5-x)}$ _____;

з) $\frac{16}{49+c^2}$ _____.

10. При каких значениях переменной значение дроби равно нулю?

а) $\frac{x}{7}$ _____; д) $\frac{x+11}{x-5}$ _____;

б) $\frac{a-8}{6+a}$ _____; е) $\frac{5x-3}{x+7}$ _____;

в) $\frac{y^2 - 4}{y + 8}$ _____ ; ж) $\frac{7x(x+8)}{x-2}$ _____ ;

г) $\frac{3y}{y(y-7)}$ _____ ; з) $\frac{5x(10-x)}{x+3}$ _____ .

11. При каком условии:

1) $\frac{a}{b} > 0$ _____ ;

2) $\frac{a}{b} < 0$ _____ ;

3) $\frac{a}{b}$ — целое число _____ .

12. Бассейн наполняется одной первой трубой за a часов, а одной второй трубой за b часов. Какую часть бассейна наполнит каждая труба за 1 час?

Какую часть бассейна наполнят обе трубы за 1 час?

13. Проверьте себя:

1) Заполните таблицу:

x	-4	-3	1	10
$\frac{x-7}{x}$				

y	-10	-3	2	15
$\frac{y+5}{y}$				

2) Укажите допустимые значения переменной в выражениях:

а) $\frac{a-1}{a^2-4}$ _____ ;

б) $\frac{c}{7c(c+3)}$ _____ ;

в) $\frac{x+3}{x^2-1}$ _____;

г) $\frac{4k}{3k(5-k)}$ _____;

3) При каких значениях переменной значение дроби равно нулю:

а) $\frac{a-7}{a+3}$ _____;

б) $\frac{y(4-y)}{y+8}$ _____;

в) $\frac{a}{a-1}$ _____;

г) $\frac{x(7+x)}{x^2+4}$ _____;



2. ОСНОВНОЕ СВОЙСТВО ДРОБИ. СОКРАЩЕНИЕ ДРОБЕЙ

Цели ученика:

- освоить понятия «тождество»;
- овладеть умением выполнять сокращение алгебраических дробей.

Универсальные учебные действия (УУД):

- регулятивные: учитывать правила в планировании и контроле способа решения;
- коммуникативные: построение речевых высказываний;
- познавательные: смысловое чтение текста, извлечение информации в соответствии с целью чтения;
- личностные: самооценка.

1. Прочитайте п. 2 учебника и закончите предложения:

а) Если числитель и знаменатель рациональной дроби умножить на один и тот же ненулевой многочлен, то получится _____;

б) Тождеством называется равенство, верное при всех _____ входящих в него переменных.

2. Сократите дробь, указав (устно) общий множитель числителя и знаменателя:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \frac{15}{25} = \text{_____} ; & \text{г)} \frac{17}{34} = \text{_____} ; \\ \text{б)} \frac{27}{36} = \text{_____} ; & \text{д)} \frac{5}{10} = \text{_____} ; \\ \text{в)} \frac{36}{81} = \text{_____} ; & \text{е)} \frac{45}{60} = \text{_____} . \end{array}$$

3. Найдите значение выражения:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \frac{2^3}{2^4} = \text{_____} ; & \text{г)} \frac{32}{2^5} = \text{_____} ; \\ \text{б)} \frac{3^5}{3^7} = \text{_____} ; & \text{д)} \frac{27^4}{81^3} = \text{_____} ; \\ \text{в)} \frac{25}{5^3} = \text{_____} ; & \text{е)} \frac{16^2}{8^3} = \text{_____} . \end{array}$$

4. Сократите дробь на общий множитель числителя и знаменателя:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \frac{3a}{6b} = \text{_____} ; & \text{д)} \frac{3c}{9c^2} = \text{_____} ; \\ \text{б)} \frac{5c}{8c} = \text{_____} ; & \text{е)} \frac{8}{16a} = \text{_____} ; \\ \text{в)} \frac{b}{14b} = \text{_____} ; & \text{ж)} \frac{18a^2}{27a^4} = \text{_____} ; \\ \text{г)} \frac{ab}{5b} = \text{_____} ; & \text{з)} \frac{48p^4q^5}{32p^2q^3} = \text{_____} . \end{array}$$

5. Сократите дробь:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \frac{5(a-2)}{7(a-2)} = \text{_____} ; & \text{д)} \frac{x^2y(y+8)}{xy(y+8)} = \text{_____} ; \\ \text{б)} \frac{4(x+8)}{a(x+8)} = \text{_____} ; & \text{е)} \frac{16a^2(5-x)}{4a(5-x)} = \text{_____} ; \\ \text{в)} \frac{xy(a-1)}{3y(a-1)} = \text{_____} ; & \text{ж)} \frac{48a(3m-n)^2}{60b(3m-n)^2} = \text{_____} ; \\ \text{г)} \frac{18a(a+b)}{27b(a+b)} = \text{_____} ; & \text{з)} \frac{26x(x+5)^3}{13(x+5)} = \text{_____} . \end{array}$$

6. Разложите числитель и знаменатель дроби на множители и сократите её:

а) $\frac{5x+15y}{10xy} =$ _____;

б) $\frac{3x-6}{5(x-2)} =$ _____;

в) $\frac{3x+y}{3ax+ay} =$ _____;

г) $\frac{12a-16b}{8a} =$ _____;

д) $\frac{4a^2-20ab}{a-5b} =$ _____;

е) $\frac{3a+6b}{3} =$ _____;

ж) $\frac{5x+15y}{5x} =$ _____.

7. Сократите дробь, разложив числитель и знаменатель на множители:

а) $\frac{a^2-25}{3a+15} =$ _____;

б) $\frac{10a-30b}{a^2-9b^2} =$ _____;

в) $\frac{x^2+2x+1}{5x+5} =$ _____;

г) $\frac{a^2-10a+25}{a^2-25} =$ _____;

д) $\frac{(a+3)^2}{6a^2+18a} =$ _____;

е) $\frac{9-x^2}{9-6x+x^2} =$ _____.

8. Представьте частное в виде дроби и сократите ее:

а) $16a^3b^5 : (4a^4b^3) =$ _____;

б) $-78x^6y : (39x^5y^3) =$ _____;

в) $(16c^2 - k^2) : (4c + k) =$ _____;

г) $(a^2 + 3a + 9) : (a^3 - 27) =$ _____;

9. Закончите сокращение дробей:

а) $\frac{7x+ax-7y-ay}{7x-7y} = \frac{(7x-7y)+(ax-ay)}{7(x-y)} =$ _____;

б) $\frac{5x-10y}{ax-2ay+bx-2by} = \frac{5(\underline{\hspace{2cm}})}{(ax-2ay)+(bx-2by)} =$ _____;

в) $\frac{b-b^2+ab-a}{a^2-b^2} =$ _____;

г) $\frac{ac+ax-bc-bx}{ax-bx} =$ _____;

10. Найдите значение дроби при $x = -4; y = -0,1$:

а) $\frac{18x^2-30xy}{3xy-5y^2} =$ _____;

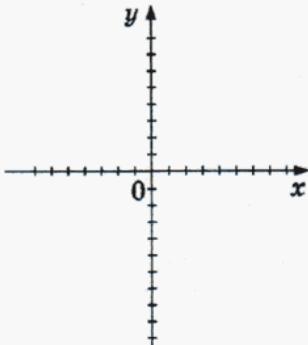
б) $\frac{x^2+10xy+25y^2}{3x+15y} =$ _____;

в) $\frac{4x^2-9y^2}{12x^2y-18xy^2} =$ _____;

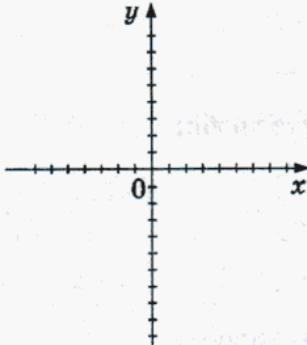
г) $\frac{x^2+y^2+2xy}{x^2-y^2} =$ _____;

11. Постройте график функции:

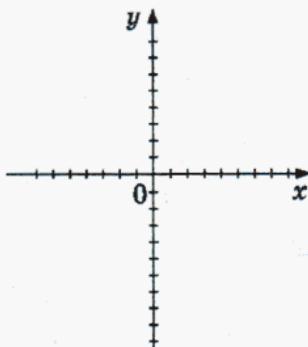
а) $y = \frac{x^2 - 9}{x + 3}$



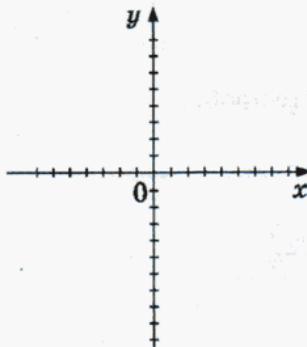
в) $y = \frac{(2-x)^2}{x-2}$



г) $y = \frac{4-x^2}{2+x}$



д) $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1}$



12. Зная, что $\frac{a}{b} = 2$, найдите значение выражения:

а) $-\frac{a}{b} = \underline{\hspace{2cm}}$; в) $\frac{a+b}{a} = \underline{\hspace{2cm}}$;

б) $\frac{b}{a} = \underline{\hspace{2cm}}$; г) $\frac{b+a}{3b} = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. Сформулируйте правило сокращения дроби и составьте алгоритм:

14. Проверьте себя.

а) Сократите дроби:

$$\frac{5x}{7x} = \underline{\hspace{2cm}} ;$$

$$\frac{15x}{25x} = \underline{\hspace{2cm}} ;$$

$$\frac{8a^2b}{12ab^2} = \underline{\hspace{2cm}} ;$$

$$\frac{18x^2y^3}{16xy^2} = \underline{\hspace{2cm}} .$$

б) Сократите дроби:

$$\frac{b(a-7)}{8(a-7)} = \underline{\hspace{2cm}} ;$$

$$\frac{9(a+4)}{k(a+4)} = \underline{\hspace{2cm}} ;$$

$$\frac{16a(a-c)}{24b(a-c)} = \underline{\hspace{2cm}} ;$$

$$\frac{8x(a+c)}{12y(a+c)} = \underline{\hspace{2cm}} .$$

в) Сократите дроби:

$$\frac{4x-12y}{ax-3ay} = \underline{\hspace{2cm}} ;$$

$$\frac{7a+21b}{ca+3cb} = \underline{\hspace{2cm}} ;$$

$$\frac{3a^2+18ab}{a+6b} = \underline{\hspace{2cm}} ;$$

$$\frac{5xy-15y^2}{x-3y} = \underline{\hspace{2cm}} .$$

г) Сократите дроби:

$$\frac{9-6y+y^2}{9-y^2} = \underline{\hspace{2cm}} ;$$

$$\frac{4+2x+x^2}{4-x^2} = \underline{\hspace{2cm}} ;$$

$$\frac{4,5a^2+0,5ab}{40,5a^2-0,5b^2} = \underline{\hspace{2cm}} ;$$

$$\frac{24,5x^2-0,5y^2}{3,5x^2-0,5xy} = \underline{\hspace{2cm}} .$$



3. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ С ОДИНАКОВЫМИ ЗНАМЕНАТЕЛЯМИ

Цели ученика:

- научиться складывать и вычитать дроби с одинаковыми знаменателями.

Универсальные учебные действия:

- регулятивные:** составление плана и последовательности действий;
- коммуникативные:** построение речевых высказываний;
- познавательные:** самостоятельное выделение и формулирование учебной цели;
- личностные:** самооценка.

1. Прочитайте п. 3 учебника и закончите предложения:

а) Чтобы сложить рациональные дроби с одинаковыми знаменателями, надо _____

б) Чтобы выполнить вычитание рациональных дробей с одинаковыми знаменателями, надо _____

2. Выполните действия:

а) $\frac{a}{3} + \frac{b}{3} = \frac{a+b}{3};$

д) $\frac{5}{n} + \frac{m}{n} = \underline{\hspace{2cm}};$

б) $\frac{a}{12} - \frac{b}{12} = \frac{a-b}{12};$

е) $\frac{16}{x} - \frac{y}{x} = \underline{\hspace{2cm}};$

в) $\frac{c}{70} + \frac{d}{70} = \underline{\hspace{2cm}};$

ж) $\frac{5a^2}{x} + \frac{9a^2}{x} = \underline{\hspace{2cm}};$

г) $\frac{t}{47} - \frac{k}{47} = \underline{\hspace{2cm}};$

з) $\frac{16b^2}{y} - \frac{28b^2}{y} = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. Представьте в виде дроби:

а) $\frac{n-k}{15} - \frac{n}{15} = \underline{\hspace{2cm}};$

е) $\frac{6x+2y}{y} + \frac{6x-3y}{y} = \underline{\hspace{2cm}};$

б) $\frac{a+b}{7} - \frac{b}{7} = \underline{\hspace{2cm}};$

ж) $\frac{x+y}{3a} - \frac{3x-y}{3a} = \underline{\hspace{2cm}};$

в) $\frac{x+45}{6} - \frac{x+29}{6} = \underline{\hspace{2cm}};$

з) $\frac{a-3c}{4b} + \frac{a+c}{4b} = \underline{\hspace{2cm}};$

г) $\frac{4a+7b}{6} - \frac{b-4a}{6} = \underline{\hspace{2cm}};$

и) $\frac{x-5y}{2a} + \frac{x+y}{2a} = \underline{\hspace{2cm}};$

д) $\frac{12a-5}{a} - \frac{3a-17}{a} = \underline{\hspace{2cm}};$

к) $\frac{u-11v}{27u} + \frac{u+16v}{27u} = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. Упростите выражения:

а) $\frac{x}{x-3} - \frac{1}{x-3} = \underline{\hspace{2cm}};$

е) $\frac{a}{c-11} + \frac{14}{c-11} = \underline{\hspace{2cm}};$

- б) $\frac{7}{a+8} - \frac{a}{a+8} = \underline{\hspace{2cm}}$; ж) $\frac{y}{y+6} + \frac{6}{y+6} = \underline{\hspace{2cm}}$;
- в) $\frac{5}{b-12} + \frac{b}{b-12} = \underline{\hspace{2cm}}$; з) $\frac{a}{a-5} - \frac{5}{a-5} = \underline{\hspace{2cm}}$;
- г) $\frac{3}{3+x} + \frac{x}{3+x} = \underline{\hspace{2cm}}$; и) $\frac{x}{6-x} - \frac{6}{6-x} = \underline{\hspace{2cm}}$;
- д) $\frac{c}{2-c} - \frac{2}{2-c} = \underline{\hspace{2cm}}$; к) $\frac{4}{a-4} - \frac{a}{a-4} = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. Упростите выражения:

- а) $\frac{a^2}{a(a-3)} - \frac{9}{a(a-3)} = \underline{\hspace{2cm}}$;
- б) $\frac{b^2}{b(b+5)} - \frac{25}{b(b+5)} = \underline{\hspace{2cm}}$;
- в) $\frac{c^2}{c(c+4)} - \frac{16}{c(c+4)} = \underline{\hspace{2cm}}$;
- г) $\frac{x^2}{x(x+10)} - \frac{100}{x(x+10)} = \underline{\hspace{2cm}}$.

6. Упростите выражения:

- а) $\frac{5a+2}{3a-b} + \frac{2a-1}{b-3a} = \underline{\hspace{2cm}}$;
- б) $\frac{4-7a}{2a-b} - \frac{4a+1}{b-2a} = \underline{\hspace{2cm}}$;
- в) $\frac{2-3x}{x-6y} + \frac{5-2x}{6y-x} = \underline{\hspace{2cm}}$;
- г) $\frac{3c+2}{3c-18} + \frac{c+16}{18-3c} = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. Упростите выражения:

- а) $\frac{x^2}{x-5} - \frac{10x-25}{x-5} = \underline{\hspace{2cm}}$;
- б) $\frac{y^2}{y+4} + \frac{8y+16}{y+4} = \underline{\hspace{2cm}}$;

в) $\frac{b^2}{b-3} - \frac{6b-9}{b-3} =$ _____;

г) $\frac{c^2}{c+7} + \frac{14c+49}{c+7} =$ _____.

8. Выполните действия:

а) $\frac{4a^2}{4a^2-1} - \frac{8a}{(2a-1)(2a+1)} + \frac{1}{4a^2-1} =$ _____;

б) $\frac{16b^2}{16b^2-1} - \frac{8b}{(4b-1)(4b+1)} - \frac{5}{1-16b^2} =$ _____;

в) $\frac{9c^2}{9c^2-4} + \frac{12c}{(2-3c)(2+3c)} + \frac{3}{9c^2-4} =$ _____;

г) $\frac{a^2+b^2}{(a-b)^2} + \frac{5ab^2-b^2}{(b-a)^2} + \frac{5ab^2+b^2}{2ab-a^2-b^2} =$ _____;

9. Найдите значение выражения:

а) $\frac{x^2-49}{x-8} - \frac{15}{x-8}$ при $x = 16$ _____;

б) $\frac{a^2-104}{a+10} + \frac{4}{a+10}$ при $a = -6,4$ _____;

в) $\frac{4x+1}{3x-2} - \frac{2-5x}{2-3x}$ при $x = \frac{1}{16}$ _____;

г) $\frac{-a+4}{2-6a} + \frac{a-1}{6a-2}$ при $a = \frac{1}{4}$ _____.

10. Докажите тождество:

а) $\frac{a^2}{a^2+2} + \frac{6a^2+4}{a^2+2} - \frac{2(3a^2+1)}{a^2+2} = 1$

Доказательство.

$$\text{б) } \frac{4x^2+5}{3x^2+4} - \frac{8(x^2+2)}{3x^2+4} + \frac{x^2+7}{3x^2+4} = -1$$

Доказательство.

11. Проверьте себя. Выполните действия:

$$\text{а) } \frac{3c-b}{a} + \frac{b}{a} = \quad ;$$

$$\text{б) } \frac{16-13x}{x} + \frac{9-x}{x} = \quad ;$$

$$\text{в) } \frac{11a-1}{3a^2} - \frac{1-3a}{3a^2} = \quad ;$$

$$\text{г) } \frac{4}{x-2} - \frac{x^2}{x-2} = \quad ;$$

$$\text{д) } \frac{7x-y}{b} + \frac{y}{b} = \quad ;$$

$$\text{е) } \frac{11-8a}{a} + \frac{6-2x}{a} = \quad ;$$

$$\text{ж) } \frac{12b-1}{2b^2} - \frac{2-5b}{2b^2} = \quad ;$$

$$\text{з) } \frac{9}{y-3} - \frac{y^2}{y-3} = \quad ;$$

4. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ С РАЗНЫМИ ЗНАМЕНАТЕЛЯМИ

Цели ученика:

- освоить понятия «наименьший общий знаменатель», «дополнительные множители» для рациональных дробей;
- овладеть умением складывать и вычитать рациональные дроби с разными знаменателями.

Универсальные учебные действия (УУД):

- **регулятивные:** составление плана и последовательности действий сложения и вычитания дробей с разными знаменателями;
- **коммуникативные:** построение речевых высказываний;
- **познавательные:** самостоятельное выделение и формулирование учебной цели;
- **личностные:** самооценка.

1. Прочитайте текст п. 4 учебника и составьте алгоритм нахождения наименьшего общего знаменателя дробей в случае, когда знаменатели дробей представляют собой одночлены:

а) Если знаменатели дробей — одночлены, то наименьший общий знаменатель является _____

б) Коэффициент этого одночлена равен _____ коэффициентов знаменателей дробей.

в) Каждую переменную для наименьшего общего знаменателя нужно взять с _____ показателем, с которым она входит в знаменатели дробей.

2. Заполните таблицу:

Знаменатель первой дроби	Знаменатель второй дроби	Наименьший общий знаменатель дробей
2	3	
4	12	
15	20	

Знаменатель первой дроби	Знаменатель второй дроби	Наименьший общий знаменатель дробей
a	b	ab
$2a$	$3a$	$6a$
$24c$	$36c$	$72c$
$35x$	$21x$	$105x$
$6y$	$4y$	$12y$
$40b$	$30y$	$120by$
$4x^2$	$6x^3$	$12x^3$
$3xy$	$6xy^2$	$12xy^2$
$10a^5$	$5a^6$	$50a^6$
xy^3	x^2y	x^2y^3
b^2	ab	ab^2
$15x^3y^2$	$20xy^3$	$60x^3y^3$
$9a^7y^2$	$4a^6y$	$36a^7y^2$
$10mn$	$4nk$	$40mnk$

Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби:

а) $\frac{b}{3x^2}; \frac{cx}{4a^2x}; \frac{7c}{6ax^3}$

Решение:

б) $\frac{5x}{4-a^2}; \frac{13}{6+3a}; \frac{ax}{10-5a}$

Решение:

в) $\frac{1}{x-y}; \frac{1}{x^2-y^2}; \frac{1}{x^3-y^3}$

Решение:

$$\text{г) } \frac{3c+d}{2a^4x}; \frac{2}{ax^3b}; \frac{a+1}{2a^2-4a+2}; \frac{3}{-a^2b+ab}$$

Решение:

3. Выполните действия:

$$\text{а) } \frac{1^3}{2} + \frac{5^1}{6} = \underline{\hspace{2cm}}; \quad \text{е) } \frac{a}{3} + \frac{a}{4} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\text{б) } \frac{5^4}{8} - \frac{7^1}{32} = \underline{\hspace{2cm}}; \quad \text{ж) } \frac{4x}{7} + \frac{x}{4} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\text{в) } \frac{3}{16} + \frac{5}{24} = \underline{\hspace{2cm}}; \quad \text{з) } \frac{5y}{7} - \frac{y}{11} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\text{г) } \frac{a}{8} - \frac{b}{6} = \underline{\hspace{2cm}}; \quad \text{и) } \frac{m}{42} + \frac{5m}{6} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\text{д) } \frac{a}{4} + \frac{b}{5} = \underline{\hspace{2cm}}; \quad \text{к) } \frac{3k}{7} - \frac{k}{5} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

4. Выполните действия:

$$\text{а) } \frac{x+2^3}{4} + \frac{x-2^4}{3} = \frac{3(x+2) + 4(x-2)}{12} = \frac{3x+6+4x-8}{12} = \frac{7x-2}{12};$$

$$\text{б) } \frac{5-a}{3} + \frac{3a+7}{8} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\text{в) } \frac{3y-2}{6} + \frac{y-5}{5} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\text{г) } \frac{x+8}{7} + \frac{2x-9}{4} = \underline{\hspace{2cm}};$$

д) $\frac{2x-6}{15} - \frac{4x-7}{10} =$ _____;

е) $\frac{-3a+1}{6} - \frac{3a+1}{9} =$ _____;

ж) $\frac{1-b}{12} - \frac{3b-4}{8} =$ _____;

з) $\frac{3t-a}{14} - \frac{t+2a}{7} =$ _____;

и) $\frac{2d+5}{15} - \frac{3d-9}{10} =$ _____;

к) $\frac{-6a+1}{6} + \frac{-2a-3}{10} =$ _____.

5. Выполните действия:

а) $\frac{2a-3^d}{a} - \frac{5d-1^a}{d} =$ _____;

б) $\frac{7a-13}{a} + \frac{5b-11}{b} =$ _____;

в) $\frac{4-5b}{b} - \frac{7-2a}{a} =$ _____;

г) $\frac{8-3x}{x} + \frac{5+6t}{t} =$ _____.

6. Выполните действия:

а) $\frac{2}{3x} - \frac{5}{2x} =$ _____; д) $\frac{4}{7a} - \frac{3}{5a} =$ _____;

б) $\frac{x}{5y} + \frac{3x}{4y} =$ _____; е) $\frac{b}{6a} + \frac{5b}{7a} =$ _____;

в) $\frac{5b}{24c} - \frac{23b}{36c} =$ _____; ж) $\frac{3y}{28x} - \frac{7y}{20x} =$ _____;

г) $\frac{5a}{12b} - \frac{2a}{15b} =$ _____; з) $\frac{2b}{9a} - \frac{5b}{12a} =$ _____.

7. Выполните действия:

а) $\frac{3a}{5x^2y} + \frac{5b}{4xy^2}.$

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ С РАЗНЫМИ ЗНАМЕНАТЕЛЯМИ

Решение:

$$\frac{3a}{5x^2y} + \frac{5b}{4xy^2} = \frac{3a \cdot 4y}{5x^2y \cdot 4y} + \frac{5b \cdot 5x}{4xy^2 \cdot 5x} = \frac{12ay}{20x^2y^2} + \frac{25bx}{20x^2y^2} = \frac{12ay + 25bx}{20x^2y^2};$$

б) $\frac{13}{2x-3} - \frac{2x}{x^2-9} =$

в) $\frac{5-x}{x-y} + \frac{6-x}{x^2-y^2} - \frac{4-x}{x+y} =$

8. Выполните действия:

а) $\frac{a-b}{ab} + \frac{a-b}{b^2} =$

б) $\frac{x^2-y^2}{x^2y} + \frac{y-x}{x^2} =$

в) $\frac{-2a+1}{a^2b} - \frac{7-3a}{ab} =$

г) $\frac{-3x-5}{x^2y} + \frac{5x+3}{xy} =$

д) $\frac{m+3}{m^2n} - \frac{n-4}{mn^2} =$

е) $\frac{x+y}{xy^3} - \frac{x^2-2y}{x^3y^2} =$

ж) $\frac{3a-5b}{2a^2b} - \frac{3b-8a}{5ab^2} =$

з) $\frac{4m+3n}{9m^2n} - \frac{3n-5m}{6mn^2} =$

9. Выполните действия:

а) $\frac{5}{x-3} + \frac{1}{x} =$

б) $\frac{a}{a-7} - \frac{4}{a} =$

- в) $\frac{c}{d} - \frac{c}{c+d} =$ _____;
- г) $\frac{1}{y+3} + \frac{2}{3y} =$ _____;
- д) $\frac{5}{b} - \frac{b}{b-3} =$ _____;
- е) $\frac{x}{y} - \frac{x}{x+y} =$ _____.

10. Заполните таблицу, разложив, если нужно, знаменатели первой и второй дробей на множители:

Знаменатель первой дроби	Знаменатель второй дроби	Наименьший общий знаменатель дробей
$3x - 1$	$3x + 1$	
$4(a + b)$	$5(a + b)$	
$x(x + 3)$	$y(3 + x)$	
$b(m - n)$	$c(m - n)$	
$3x - 12 = 3(x - 4)$	$2x - 8 = 2(x - 4)$	
$6a + 6$	$7a + 7$	
$x^2 - xy$	$xy - y^2$	
$ab + b^2$	$ab + a^2$	
$a^2 + ab$	$b^2 + ab$	
$m - 3$	$5m - 15$	
$b + c$	$(b - c)(b + c)$	
$3x(y + x)$	$3x(y - x)$	
$x(5x - 3y)$	$y(3y + 5x)$	
$x - 4$	$x^2 - 16$	
$a^2 - b^2$	$a(a + b)$	
$c(c - 2)$	$c^2 - 4$	
$m^2 - n^2$	$3m^2 - 3nm$	
$(3p + 1)^2$	$3p + 1$	
$(m - n)^2$	$n - m$	
$(x - y)^2$	$y - x$	

11. Выполните действия:

a) $\frac{x}{4-x^2} + \frac{1}{2+x} =$ _____ ;

$$6) \frac{4+a^2}{a^2-36} - \frac{a}{6+c} = \underline{\hspace{10cm}} ;$$

b) $\frac{7a}{c^2-9} + \frac{2}{c+3} =$ _____ ;

$$\Gamma) \frac{2}{x^2 - y^2} - \frac{2}{x(x+y)} = \underline{\hspace{10cm}} ;$$

d) $\frac{5}{2a^2 - 2ab} + \frac{7}{a^2 - b^2} =$ _____;

e) $\frac{6}{x^2 - y^2} - \frac{2}{3x^2 - 3xy} =$ _____;

ж) $\frac{3a}{a-4} - \frac{4a^2-2}{16-a^2} =$ _____;

$$3) \frac{3m^2+2m+11}{4m^2-25} + \frac{m}{5-2m} = \underline{\hspace{10cm}} ;$$

ii) $\frac{1}{x+2} + \frac{3x}{(x+2)^2} =$ _____;

$$\text{k) } \frac{10y}{(x-y)^2} - \frac{8}{y-x} = \underline{\hspace{10cm}} ;$$

$$\pi) \frac{3n}{(m-n)^2} - \frac{2}{n-m} = \underline{\hspace{10cm}}$$

12. Сформулируйте и запишите алгоритмы сложения и вычитания рациональных дробей с разными знаменателями.

13. Выполните действия:

а) $x + \frac{2}{x} = \frac{x^{\backslash x}}{1} + \frac{2^{\backslash 1}}{x} = \frac{x^2 + 2}{x};$

б) $4a - \frac{8}{a} = \underline{\hspace{2cm}};$

е) $8b + \frac{6}{b} = \underline{\hspace{2cm}};$

в) $\frac{3d}{7} - d = \underline{\hspace{2cm}};$

ж) $\frac{4x}{5} - 3x = \underline{\hspace{2cm}};$

г) $\frac{a}{6} - c = \underline{\hspace{2cm}};$

з) $\frac{y}{7} + y = \underline{\hspace{2cm}}.$

д) $y - \frac{7}{y} = \underline{\hspace{2cm}};$

14. Выполните действия:

а) $x + y - \frac{x^2 + y^2}{x - y} = \frac{x + y^{\backslash x-y}}{1} - \frac{x^2 + y^{2\backslash 1}}{x - y} =$

$$= \frac{(x+y)(x-y) - (x^2 + y^2)}{x - y} = \frac{x^2 - y^2 - x^2 - y^2}{x - y} = - \frac{2y^2}{x - y};$$

б) $\frac{c^2 + d^2}{c + d} + c - d = \underline{\hspace{2cm}};$

в) $\frac{3b^2 - 2}{b} - b + 5 = \underline{\hspace{2cm}};$

г) $m - n - \frac{m^2}{m + n} = \underline{\hspace{2cm}};$

д) $a^2 - ab + b^2 - \frac{a^3 - b^3}{a + b} = \underline{\hspace{2cm}}$

15. Выполните действия:

а) $\frac{2c^2 + 3c + 5}{c^3 - 1} - \frac{1 - 3c}{c^2 + c + 1} - \frac{2}{c - 1} = \underline{\hspace{2cm}}$

6) $\frac{x-7}{x^2+2x+4} - \frac{5x}{x^3-8} + \frac{1}{x-2} =$

в) $\frac{2ab}{a^3+b^3} + \frac{2a}{a^2-b^2} - \frac{1}{a-b} =$

г) $\frac{2mn}{m^3-n^3} + \frac{1}{m-n} - \frac{2m}{m^2-n^2} =$

д) $\frac{5}{x^2-9} - \frac{3}{(x+3)^2} - \frac{2}{(x-3)^2} =$

е) $\frac{4}{(2x-y)^2} - \frac{6}{(y+2x)^2} + \frac{2}{4x^2-y^2} =$

16. Проверьте себя.

Проверьте себя! Для каждого из выражений проверьте, верно ли оно, и если нет, исправьте ошибку.

Выполните действия:

а) $\frac{2}{7} + \frac{4}{11} =$; е) $\frac{1}{6} + \frac{3}{5} =$;

б) $\frac{2x}{5} - \frac{3y}{7} =$; ж) $\frac{4x}{5} - \frac{2y}{3} =$;

в) $\frac{2}{a+3} + \frac{1}{a^2-9} =$; з) $\frac{1}{x+2} - \frac{3}{x^2-4} =$;

г) $\frac{c-5}{c} + \frac{5c+3}{c^2} =$; и) $\frac{3x+2}{x^2} + \frac{x-3}{x} =$;

д) $1 + \frac{15-x}{x^2-9} - \frac{x}{x+3} =$; к) $2 + \frac{16x}{x^2-16} - \frac{2x}{x-4} =$.



5. УМНОЖЕНИЕ ДРОБЕЙ. ВОЗВЕДЕНИЕ ДРОБИ В СТЕПЕНЬ

Цели ученика:

- овладеть умением умножать рациональные дроби;
- возводить рациональные дроби в степень.

Универсальные учебные действия (УУД):

- **регулятивные:** выделение и осознание учащимися того, что уже усвоено и что еще предстоит усвоить, осознание качества и уровня усвоения;
- **коммуникативные:** построение речевых высказываний;
- **познавательные:** выделение существенного, формирование обобщенных знаний;
- **личностные:** самооценка.

1. Вычислите:

$$\text{a) } \frac{247}{489}$$

$$\text{б) } \frac{358}{637}$$

$$\text{в) } \frac{87535}{287}$$

2. Вставьте пропущенные слова так, чтобы получилось верное высказывание:

а) Чтобы умножить дробь на дробь, нужно перемножить их _____ и перемножить их _____ и первое произведение записать _____, а второе _____.

3. Выполните действия:

$$\text{а) } \frac{44}{39} \cdot \frac{13}{33} = \text{ ; г) } 28 \cdot \frac{1}{28} = \text{ ;}$$

6) $\frac{30}{7} \cdot \frac{7}{60} =$ _____; д) $\frac{55}{34} \cdot \frac{17}{22} =$ _____;

в) $72 \cdot \frac{5}{72} =$ _____; е) $\frac{20}{9} \cdot \frac{7}{40} =$ _____.

4. Выполните действия:

а) $\frac{7x}{18} \cdot \frac{y}{4} =$ _____; д) $\frac{3a}{11} \cdot \frac{b}{7} =$ _____;

б) $\frac{11a}{12} \cdot \frac{7b}{13} =$ _____; е) $\frac{12x}{11} \cdot \frac{8y}{13} =$ _____;

в) $\frac{5}{4k} \cdot \frac{9a}{7} =$ _____; ж) $\frac{6}{7c} \cdot \frac{2b}{5} =$ _____;

г) $\frac{2x}{7} \cdot \frac{3}{5y} =$ _____; з) $\frac{3m}{10} \cdot \frac{13}{7n} =$ _____.

5. Выполните действия:

а) $\frac{12y}{25} \cdot \frac{5}{y} =$ _____; д) $\frac{16a}{27} \cdot \frac{9}{a} =$ _____;

б) $\frac{3}{a} \cdot \frac{5a}{27} =$ _____; е) $\frac{7}{b} \cdot \frac{5b}{21} =$ _____;

в) $\frac{4}{b} \cdot \frac{3b}{8} =$ _____; ж) $\frac{6}{x} \cdot \frac{5x}{12} =$ _____;

г) $\frac{6x}{y} \cdot \frac{y}{3x} =$ _____; з) $\frac{10a}{y} \cdot \frac{y}{5a} =$ _____.

6. Выполните действия:

а) $\frac{a^4}{8b^3} \cdot \frac{10b^2}{a^3} = \frac{a^4 \cdot 10b^2}{8b^3 \cdot a^3} = \frac{5a}{4b};$

б) $\frac{x^2}{ay} \cdot \frac{ay}{x^2b} =$ _____;

в) $\frac{12c^{11}}{49} \cdot \frac{7}{6c^{15}} =$ _____;

г) $\frac{16x^4}{33} \cdot \frac{3}{4x^2} =$ _____.

д) $\frac{4m^3}{cd} \cdot \frac{cd}{8m^2n} =$ 106 (8);

е) $\frac{5p^2q^2}{z} \cdot \frac{z^2}{10p^3q^3} =$ 107 (8);

ж) $\frac{45x^6}{48y^4} \cdot \frac{16y}{15x^5} =$ 108 (8);

з) $\frac{35ay^3}{13b^3x} \cdot \frac{26b^3x^2}{7a^2y^4} =$ 109 (8).

7. Выполните действия:

а) $x \cdot \frac{ab}{x^2} =$ 110 (8); д) $y \cdot \frac{cd}{y^3} =$ 111 (8);

б) $y^2 \cdot \frac{x^2z}{y} =$ 112 (8); е) $x^3 \cdot \frac{y^2z^4}{x^2} =$ 113 (8);

в) $a \cdot \frac{bn}{a^4} =$ 114 (8); ж) $b \cdot \frac{ck}{b^2} =$ 115 (8);

г) $q \cdot \frac{p^3}{aq} =$ 116 (8); з) $n \cdot \frac{p^5}{bn} =$ 117 (8).

8. Выполните действия:

а) $6a^3b^4 \cdot \frac{c}{4a^2b} = \frac{6a^3b^4}{1} \cdot \frac{c}{4a^2b} = \frac{6a^3b^4 \cdot c}{4a^2b} = \frac{3ab^3c}{2};$ 118 (8);

б) $10my \cdot \frac{cd}{5my^2} =$ 119 (8);

в) $\frac{5xy^3}{4ab^2} \cdot 8a^2b =$ 120 (8);

г) $\frac{3a^2y}{xb} \cdot 9x^2b =$ 121 (8).

9. Выполните действия:

а) $\frac{xy+3x}{y} \cdot \frac{xy^2}{y^2-9} = \frac{x(y+3) \cdot xy^2}{y(y-3)(y+3)} = \frac{x^2y}{y-3};$ 122 (8);

б) $\frac{a^2-16}{10a^2} \cdot \frac{5a}{a+4} =$ 123 (8).

- в) $\frac{3x-6y}{x+7} \cdot \frac{2x+14}{x^2-4y^2} =$ _____;
- г) $\frac{3-a}{a} \cdot \frac{7a^2}{a^2-9} =$ _____;
- д) $\frac{(a+3)^2}{2a-8} \cdot \frac{a^2-16}{5a+15} =$ _____;
- е) $\frac{x^2-y^2}{5x+5y} \cdot \frac{5x^2}{6y-6x} =$ _____;
- ж) $\frac{5a^2-5b^2}{a^2+b^2} \cdot \frac{3a^2+3b^2}{7b-7a} =$ _____;
- з) $\frac{x^2-1}{a^2-6a+9} \cdot \frac{a-3}{x^2+2x+1} =$ _____.

10. Вставьте пропущенные слова так, чтобы получилось верное высказывание:

Чтобы возвести дробь в степень, надо возвести в эту степень _____ и _____ и первый результат записать в _____, а второй в _____ дроби.

11. Выполните действия:

- а) $\left(\frac{x}{y}\right)^8 =$ _____; д) $\left(\frac{a}{4}\right)^4 =$ _____;
- б) $\left(\frac{x}{ya}\right)^{12} =$ _____; е) $\left(\frac{2x}{3y}\right)^5 =$ _____;
- в) $\left(\frac{cd}{m}\right)^9 =$ _____; ж) $\left(-\frac{2m}{5n}\right)^4 =$ _____;
- г) $\left(\frac{8a}{7}\right)^2 =$ _____; з) $\left(\frac{c}{ab}\right)^{23} =$ _____.

12. Выполните действия:

- а) $\left(\frac{2a^2b^3}{3c^5}\right)^4 =$ _____; г) $\left(-\frac{5a^7b^8}{c^9}\right)^4 =$ _____;

б) $\left(\frac{5x^3y^2}{2z^4}\right)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$; д) $\left(-\frac{9x^6y}{2z}\right)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$;

в) $\left(-\frac{2m^6n^3}{3c^4}\right)^6 = \underline{\hspace{2cm}}$; е) $\left(\frac{2x^7y^2}{3z^3}\right)^5 = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. Докажите тождества:

а) $\frac{2a^2}{6a^2+3ab} \cdot \frac{4a^2}{2a-b} \cdot \frac{4a^2-b^2}{12a^3} = \frac{2}{9}$

Доказательство.

б) $\frac{x^2-16}{3x^4+6x^3+3x^2} \cdot \frac{x^2+x}{2x+8} \cdot \frac{x^2+x}{2x-8} = \frac{1}{12}$

Доказательство.

в) $\frac{x^3+4x^2y+16xy^2}{xy+4y^2} \cdot \frac{x^2y-16y^3}{x^2-y^2} \cdot \frac{x^2-2xy+y^2}{x^4-64xy^3} = \frac{x-y}{x+y}$

Доказательство.

14. Проверьте себя:

а) $\frac{5x}{4y} \cdot \frac{10}{5x^2} = \underline{\hspace{2cm}}$; д) $\frac{4x}{7y} \cdot \frac{8}{4x^2} = \underline{\hspace{2cm}}$;

б) $\frac{48a^5}{49b^4} \cdot \frac{7b^2}{16a^3} = \underline{\hspace{2cm}}$; е) $\frac{56c^4}{48a^3} \cdot \frac{16a^4}{7c^3} = \underline{\hspace{2cm}}$;

в) $\left(\frac{x}{2y}\right)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$; ж) $\left(\frac{a}{3b}\right)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$;

г) $\left(\frac{2a}{p^2q^3}\right)^4 = \underline{\hspace{2cm}}$; з) $\left(\frac{3x^2}{yz^4}\right)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$.



6. ДЕЛЕНИЕ ДРОБЕЙ

Цели ученика:

- овладеть умением деления рациональных дробей.

Универсальные учебные действия (УУД):

- **регулятивные:** постановка учебной задачи на основе соотнесения того, что уже усвоено и того, что еще неизвестно;
- **коммуникативные:** построение речевых высказываний;
- **познавательные:** построение логической цепи рассуждений;
- **личностные:** самооценка.

1. Вычислите:

а) $577 \cdot 999 + 577 =$ _____ ;

б) $456 \cdot 79 - 79 \cdot 556 =$ _____ ;

в) $(447^2 - 453^2) : 900 =$ _____ ;

г) $10^{41} \cdot 10^{44} : 10^{82} =$ _____ .

2. Вставьте пропущенные слова так, чтобы получилось верное высказывание:

Чтобы разделить одну дробь на другую, нужно первую дробь _____ на дробь, _____ второй.

3. Выполните деление:

а) $\frac{13}{64} : \frac{65}{128} =$ _____ ; г) $\frac{13}{64} : \frac{65}{128} =$ _____ ;

б) $\frac{12}{25} : \frac{18}{35} =$ _____ ; д) $\frac{5}{28} : \frac{5}{42} =$ _____ ;

в) $\frac{5}{18} : \frac{1}{24} =$ _____ ; е) $\frac{5}{18} : 24 =$ _____ .

4. Выполните деление:

а) $\frac{3}{4a} : \frac{7}{5b} =$ _____ ; г) $-\frac{8p}{q} : \frac{2n}{q} =$ _____ ;

б) $\frac{5x}{6} : \frac{3}{20y} =$; д) $\frac{15c}{d} : \left(-\frac{5c}{2d}\right) =$;

в) $\frac{18x}{y} : \frac{6x}{y} =$; е) $\left(-\frac{10}{3a}\right) : \left(-\frac{3}{5a}\right) =$.

5. Выполните деление:

а) $35a^3 : \frac{15a^2}{4b} =$;

б) $27xy : \frac{9x^2y}{ab} =$;

в) $x^2 : \frac{x}{m^2n^3} =$;

г) $12x^3y^5 : \frac{4x^3y^4}{p} =$;

д) $32x^3y^4 : \frac{8x^3y^4}{a} =$;

е) $34x^2y^8 : \frac{17x^2y^2}{a} =$.

6. Выполните действия:

а) $\frac{x^2 - y^2}{3xy} : \frac{x - y}{3y} =$;

б) $\frac{a^3 - a^2}{d^3 + d} : \frac{a - a^2}{1 + d^2} =$;

в) $\frac{7x^2}{x^2 - 25} : \frac{7x}{x + 5} =$;

г) $\frac{c^2 - 100}{10cd} : \frac{2c + 20}{5d} =$;

д) $\frac{1}{x^3 - y^3} : \frac{1}{x^2 - y^2} =$;

е) $\frac{a^2 - 6a + 9}{1 - b^3} : \frac{2a - 6}{b^2 - 1} =$;

ж) $\frac{(a - 1)^2}{5 + 5a^3} : \frac{1 - a^2}{(5a + 5)^2} =$;

з) $\frac{z^2 - 25}{z^2 - 3z} : \frac{z + 5}{9 - z^2} =$.

7.

Проверьте себя:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \frac{a^2}{8} : \frac{a}{4} = \quad ; & \text{г)} \frac{x^2}{10} : \frac{x}{5} = \quad ; \\ \text{б)} q : \frac{aq}{p^2} = \quad ; & \text{д)} x : \frac{x^2}{ab} = \quad ; \\ \text{в)} \frac{m^3}{cd} : \frac{m^2n}{cd} = \quad ; & \text{е)} \frac{a^2b^2}{c} : \frac{a^3b^3}{c^2} = \quad . \end{array}$$



7. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ВЫРАЖЕНИЙ

Цели ученика:

- овладеть умением преобразовывать рациональные выражения.

Универсальные учебные действия (УУД):

- регулятивные: мобилизация сил и энергии к преодолению препятствий;
- коммуникативные: лидерство;
- познавательные: структурирование знаний;
- личностные: самооценка.

1.

Вычислите:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} 14,32 \cdot 79 - 14,32 \cdot 179 = \quad ; \\ \text{б)} 0,76 \cdot 53 + 7,6 \cdot 4,7 = \quad ; \\ \text{в)} \left(5\frac{1}{3} - 3,5\right) : \frac{11}{12} = \quad . \end{array}$$

2.

Укажите порядок выполнения действий:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} (3,4 - 1,9) \cdot 33,8 + 3\frac{2}{5} : (11 + 9,75); \\ \text{б)} \frac{3}{7} : 0,78 + 1,352 : \frac{2}{11} - 3,6 \cdot \frac{1}{3}. \end{array}$$

Упростите выражения:

а) $(x^2 - 4) \cdot \left(\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} \right) =$ _____

Ответ: _____

б) $a^2 \cdot \left(\frac{1}{a} - \frac{6}{a^2} \right) =$ _____

Ответ: _____

в) $\left(\frac{3c}{a^2} - \frac{1}{3c} \right) : \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{3c} \right) =$ _____

Ответ: _____

г) $\left(\frac{3a}{3a-2} + 2 \right) \cdot \frac{9a-6}{9a^2-4a} =$ _____

Ответ: _____

д) $\frac{a^2-b^2}{x^2-25} \cdot \frac{x+5}{a-b} + \frac{b}{5-x} =$ _____

Ответ: _____

е) $\left(\frac{a}{b^2} - \frac{1}{a} \right) : \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right) =$ _____

Ответ: _____

ж) $\left(4 + \frac{x}{x-1} \right) \cdot \frac{2x^2+2x}{10x-8} =$ _____

Ответ: _____

3) $\frac{x^2 - 25}{9 - y^2} : \frac{x - 5}{3 + y} + \frac{5}{y - 3} =$ _____

Ответ: _____

4. Выполните действия:

a) $\frac{a}{a-b} + \frac{b}{a+b} =$ _____

б) $\left(a - \frac{a}{b}\right)\left(a + \frac{a}{b}\right) =$ _____

в) $\left(\frac{1}{a-b} - \frac{1}{a+b}\right) : \frac{2}{3a-3b} =$ _____

г) $\left(\frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y}\right) : \frac{2}{x-y} =$ _____

д) $\frac{a+b}{b} \cdot \left(\frac{a}{a+b} - \frac{a-b}{a}\right) =$ _____

е) $\left(\frac{4m}{m+2} + 2m\right) \cdot \frac{m+2}{4m^2} =$ _____

5. Упростите выражение:

а) $\frac{x-5}{x} - \frac{x^2 - 25}{x} \cdot \frac{1}{x-5} =$ _____

ГЛАВА I. РАЦИОНАЛЬНЫЕ ДРОБИ

б) $\frac{a-1}{a^2} \cdot \frac{ax-a}{a-1} + \frac{1-x}{2a} =$

в) $\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) \cdot \frac{y^2 - x^2}{xy^2} =$

г) $x - \frac{x^2 - 5x}{x+1} \cdot \frac{1}{x-5} =$

6. Выполните действия:

а) $\left(\frac{1}{xy+y^2} - \frac{6}{x^2+xy} + \frac{9y}{x^3+x^2y}\right) : \left(\frac{x}{y^2} - \frac{6}{y} + \frac{9}{x}\right) =$

б) $\left(\frac{z}{2+3z} - \frac{5z}{3z-2}\right) : \frac{4z^3 + 4z^2}{9z^2 - 12z + 4} =$

в) $\left(u - \frac{u^2 + 9}{u+3}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{u-3}\right) =$

г) $\left(3 - \frac{9+4v^2}{3+2v}\right) \cdot \left(\frac{1}{2v} + \frac{2}{3-2v}\right) =$

7. Закончите решение задачи:

Вычислите среднюю скорость движения велосипедиста на всём пути, если первую треть трассы велосипедист ехал со скоростью 12 км/ч, вторую треть — со скоростью 16 км/ч, а последнюю треть со скоростью 24 км/ч.

Решение. Обозначим длину всей трассы через $3S$. Тогда первую треть трассы велосипедист проехал за время $t_1 = \frac{S}{12}$, вторую треть за время

$t_2 =$ _____, последнюю треть — за время $t_3 =$ _____. Значит, время, потраченное им на весь путь, равно $t_1 + t_2 + t_3$, т.е. _____.

Поэтому искомая средняя скорость находится по формуле: $v =$ _____.

Ответ: 16 км/ч.

8. Решите задачу.

а) Первую треть трассы автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, вторую треть — со скоростью 80 км/ч, а последнюю треть — со скоростью 120 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение: _____

Ответ: 80 км/ч.

б) Первые 100 км автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, следующие 240 км — со скоростью 60 км/ч, а последние 200 км — со скоростью 100 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение:

Ответ: 67,5 км/ч.

- в) Собственная скорость теплохода равна 20 км/ч, скорость течения реки равна 4 км/ч. Теплоход проплыл от одной пристани до другой и вернулся обратно. Найдите среднюю скорость теплохода на протяжении всего пути.

Решение:

Ответ: 19,2 км/ч.

- г) Первые два часа автомобиль ехал со скоростью 55 км/ч, следующий час — со скоростью 70 км/ч, а последние три часа — со скоростью 90 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение:

Ответ: 75 км/ч.

- д) Автомобиль проехал треть пути со скоростью 60 км/ч, а оставшееся расстояние — со скоростью 80 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение:

Ответ: 72 км/ч.



8. ФУНКЦИЯ $y = \frac{k}{x}$ И ЕЕ ГРАФИК

Цели ученика:

- овладеть умением строить график функции $y = \frac{k}{x}$;
- определять по формуле особенности расположения графика на координатной плоскости.

Универсальные учебные действия (УУД):

- **регулятивные:** планирование (составление плана и последовательности действий);
- **коммуникативные:** построение речевых высказываний;
- **познавательные:** смысловое чтение текста, извлечение информации в соответствии с целью чтения;
- **личностные:** самооценка.

1. Выполните действия:

a) $\begin{array}{r} 698 \\ \times 354 \\ \hline \end{array}$

b) $757134 \Big| \begin{array}{r} 126 \\ \hline \end{array}$

в) $13^2 - 9 \cdot 16$

2. Вставьте пропущенные слова так, чтобы получить верное высказывание:

а) Обратной пропорциональностью называется функция, которую можно задавать формулой $\underline{\hspace{2cm}}$, где $x \underline{\hspace{2cm}}$ и $k \underline{\hspace{2cm}}$.

б) Кривую, являющуюся графиком обратной пропорциональности, называют $\underline{\hspace{2cm}}$.

Гипербола состоит из $\underline{\hspace{2cm}}$.

3. Функция задана формулой $y = \frac{7}{x}$. Заполните пропуски:

$y(1) = \underline{\hspace{2cm}}$

$y(5) = \underline{\hspace{2cm}}$

$y(-7) = \underline{\hspace{2cm}}$

$y\left(-\frac{1}{2}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$

$y(0,3) = \underline{\hspace{2cm}}$

$y(49) = \underline{\hspace{2cm}}$

4. Выясните, принадлежит ли графику функции $y = \frac{10}{x}$ указанная точка (ответ записать словом «да» или «нет»):

- а) $A(-0,1; 100)$; б) $B(-0,2; -50)$; в) $C\left(1\frac{1}{2}; 6\frac{2}{3}\right)$; г) $D(100; 0,1)$.

Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____ ; г) _____.

5. Для функции $y = \frac{12}{x}$ заполните таблицу:

x	-6	-4	-2	-1	2	3	4	6
y		-4			-24	24	12	

6. Заполните таблицу:

Уравнение гиперболы	$y = \frac{13}{x}$	$y = -\frac{3}{x}$
Эскиз графика		
Уравнение гиперболы	$y = \frac{0,07}{x}$	$y = -\frac{1}{7x}$
Эскиз графика		

7. Функция задана формулой $y = \frac{4}{x}$. Заполните пропуски в следующих предложениях:

- Функция принимает положительные значения при _____.
- Функция принимает отрицательные значения при _____.
- Функция убывает при _____.
- Большему значению аргумента соответствует _____ значение функции.

8. Функция задана формулой $y = -\frac{2}{x}$.

Заполните пропуски в следующих предложениях:

- Функция принимает положительные значения при _____.
- Функция принимает отрицательные значения при _____.
- Функция возрастает при _____.
- Меньшему значению аргумента соответствует _____ значение функции.

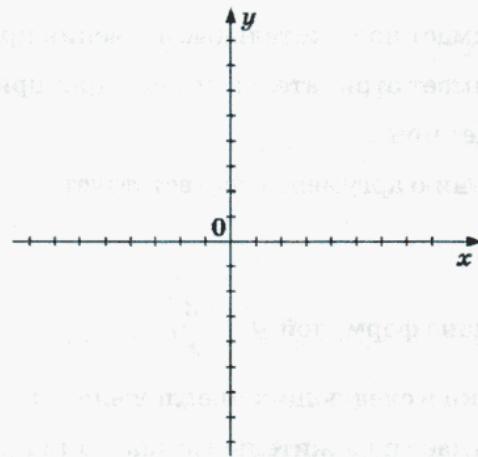
9. Задайте формулой обратную пропорциональность, зная, что её график проходит через точку:

- $A(4; 0,75)$;
- $B\left(\frac{3}{7}; -2,8\right)$;
- $C(-12,5; -0,4)$

Решение: _____

Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____ .

10. Постройте график функции $y = -\frac{10}{x}$. Укажите область определения и область значений функции.



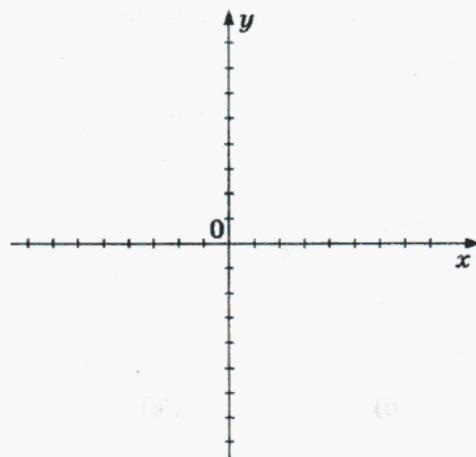
Решение:

x							
y							

Область определения:

Область значений:

11. Постройте график функции $y = \frac{36}{(x+1)^2 - (x-1)^2}$:



Глава II. КВАДРАТНЫЕ КОРНИ

10. РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

Цель ученика:

- овладеть понятием «рациональное число».

Универсальные учебные действия (УУД):

- регулятивные: осознание качества и уровня усвоения;
- коммуникативные: построение речевых высказываний;
- познавательные: формирование обобщенных знаний;
- личностные: самооценка.

1. Вычислите:

a) $\begin{array}{r} 972 \\ \times 863 \\ \hline \end{array}$

б) $10153074 \begin{array}{r} | \\ 2537 \end{array}$

в)
$$\frac{25^3 \cdot 14^2}{49 \cdot 10^6}$$

2. Вставьте пропущенные слова так, чтобы получилось верное высказывание:

а) Всякое рациональное число, как целое, так и дробное, можно представить в виде , где m , а n . Одно и то же рациональное число можно представить в таком виде способами.

б) Каждое рациональное число может быть представлено в виде десятичной дроби.

в) Каждая бесконечная десятичная дробь представляет некоторое число.

3. Из чисел $-203; 48; 0; 11; \frac{3}{7}; 1; 7\frac{2}{3}; 0,3; -6,11; 17; 0,(35); 5,72(6)$ выписать:

- а) натуральные _____
 б) целые _____
 в) дробные (нечелые) _____
 г) рациональные _____

4. Запишите два рациональных числа, заключенных между двумя данными рациональными числами:

- а) 6 и 7; _____ г) $\frac{2}{5}$ и $\frac{4}{5}$; _____
 б) -8 и -7; _____ д) -0,3 и 0; _____
 в) 0 и 0,3; _____ е) -0,2 и 0,2; _____

5. Запишите в виде конечной или бесконечной периодической дроби рациональное число:

а) $\frac{2}{7} =$ _____ в) $\frac{1}{45} =$ _____

$$\begin{array}{r} 2 \mid 7 \\ \hline & & \end{array} \qquad \qquad \qquad \begin{array}{r} 1 \mid 45 \\ \hline & & \end{array}$$

б) $-4\frac{2}{13} =$ _____ г) $-5\frac{4}{19} =$ _____

$$\begin{array}{r} 2 \mid 13 \\ \hline & & \end{array} \qquad \qquad \qquad \begin{array}{r} 4 \mid 19 \\ \hline & & \end{array}$$

6. Запишите в виде обыкновенной дроби бесконечную периодическую десятичную дробь:

- а) 4,(7); б) 1,(45); в) 0,2(7); г) 0,3(14).

Решение:

а) $x = 4,777\dots$

10x = _____

9x = _____

x = _____

б) $x =$ _____

100x = _____

10x = _____

90x = _____

x = _____

в) $x =$ _____

100x = _____

99x = _____

x = _____

г) $x =$ _____

1000x = _____

10x = _____

990x = _____

x = _____

7. Представьте в виде дроби с наименьшим натуральным знаменателем числа:

а) $48 =$ _____

г) $-0,7 =$ _____

б) $-78 =$ _____

д) $18\frac{1}{3} =$ _____

в) $3,7 =$ _____

е) $0 =$ _____

8. Сравните рациональные числа:

а) $0,017 \quad 0,1005;$

г) $\frac{7}{11} \quad \frac{8}{13};$

б) $\frac{3}{5} \quad 0,564;$

д) $-35 \quad 0,001;$

в) $-3,127 \quad -3,13;$

е) $-5,47 \quad -5,74.$

9. Проверьте себя:

а) Из данных чисел $-6; 3,2; 8; 0,1010010001\dots; -\frac{2}{3}; 5,(8); 0,201; 2\frac{1}{7}; -1$ выпишите:

натуральные числа _____

целые отрицательные числа _____

целые числа _____

рациональные числа _____

б) Представьте в виде бесконечной десятичной дроби число:

$$\frac{1}{7} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$1\frac{1}{3} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$-\frac{5}{26} = \underline{\hspace{2cm}}$$

в) Сравните числа:

$$0,132 \quad 0,044;$$

$$-3,72 \quad -3,27;$$

$$0,2 \quad -72;$$

$$4,27 \quad 4,(27).$$



11. ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

Цель ученика:

- освоить понятие «иррациональное число», «действительное число».

Универсальные учебные действия (УУД):

- **регулятивные:** постановка учебной задачи на основе соотнесения того, что уже известно и усвоено и того, что неизвестно;
- **коммуникативные:** построение речевых высказываний;
- **познавательные:** информационный поиск;
- **личностные:** самооценка.

1. Вычислите:

а) $5,01 \cdot 4,99 = \underline{\hspace{2cm}}$

б) $\frac{39^2 - 31^2}{72^2 - 68^2} = \underline{\hspace{2cm}}$

в) $(-0,2)^2 + (-3)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$

г) $-(0,4)^2 : \left(1,4 - 1\frac{3}{7}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$

2. Закончите предложения:

- а) Иррациональными числами называются бесконечные _____ десятичные дроби.

б) Рациональные числа и иррациональные числа составляют множество чисел.

3. Закончите предложения:

а) Рациональное число — это число, которое может быть записано в виде $\frac{a}{b}$, где

б) Числа, представленные бесконечными непериодическими десятичными дробями, называются

4. Укажите верные утверждения:

- а) каждое целое число является натуральным;
- б) каждое действительное число является рациональным;
- в) каждое натуральное число является рациональным;
- г) каждое иррациональное число является целым;
- д) каждое действительное число является целым;
- е) каждое рациональное число является натуральным;
- ж) каждое целое число является иррациональным;
- з) каждое иррациональное число является действительным.

Ответ:

5. Укажите верные утверждения:

- | | | | |
|--------------------------|---------------------|--------------------|---------------------|
| а) $-3 \notin Q$; | в) $2,7 \notin Z$; | д) $2,(9) \in Q$; | ж) $-10 \in N$; |
| б) $\frac{4}{7} \in N$; | г) $\pi \in Q$; | е) $-2,7 \in Z$; | з) $\pi \notin R$. |

Ответ:

6. Из чисел $4,7; -3,9; 0,(16); 0,515115111\dots; \frac{7}{11}; 2\frac{3}{11}; 100; 5,2(7)$, $2,101100111000\dots$ выпишите:

- а) рациональные
- б) иррациональные
- в) действительные

7. Из чисел $6; 41; -8; \frac{9}{17}; -4\frac{5}{13}; 5,21; -6, (2)$; выпишите:

- а) натуральные _____
 б) целые _____
 в) рациональные _____
 г) иррациональные _____
 д) действительные _____

8. Проверьте себя:

а) Приведите пример двух рациональных чисел, стоящих между $\frac{1}{6}$ и $\frac{2}{7}$.

Ответ: _____

б) Приведите пример двух иррациональных чисел, стоящих между числами $\frac{1}{2}$ и $\frac{3}{5}$.

Ответ: _____

в) Всякая ли бесконечная десятичная дробь является иррациональным числом?

Ответ: _____



12. КВАДРАТНЫЕ КОРНИ. АРИФМЕТИЧЕСКИЙ КВАДРАТНЫЙ КОРЕНЬ

Цели ученика:

- получить представление об арифметическом квадратном корне.

Универсальные учебные действия (УУД):

- регулятивные: вносить необходимые корректировки в действие после его завершения;
- коммуникативные: строить речевое высказывание в устной и письменной форме;
- познавательные: ориентироваться на разнообразие способов решения;
- личностные: самооценка

1. Вычислите:

a) $\begin{array}{r} 678 \\ \times 459 \\ \hline \end{array}$

б) 25337950 | 6325

в) $\frac{12^5}{2^{10} \cdot 81}$

2. Закончите предложения:

- а) Квадратным корнем из числа a называют число, _____
 б) Арифметическим квадратным корнем из числа a называется
число, _____ которого равен a .

3. Найдите арифметический квадратный корень из числа:

- а) 64; б) 0,16; в) 2,89; г) 1,69; д) 16; е) $\frac{1}{9}$; ж) 0,81; з) 0,09

Ответ: а) _____ в) _____ д) _____ ж) _____
 б) _____ г) _____ е) _____ з) _____

4. Вычислите:

а) $4^2 + 6 \cdot \sqrt{81} =$ _____

б) $5 \cdot \sqrt{225} - 2 \cdot \sqrt{169} =$ _____

в) $\sqrt{8^2 + 15^2} =$ _____

г) $\sqrt{12^2 - 5 \cdot 4^2} =$ _____

5. Найдите значение выражения:

а) $3 \cdot \sqrt{14+2a}$ при $a = 65$

Решение: _____

Ответ: _____

б) $3\sqrt{3a-50}$ при $a = 38$

Решение: _____

Ответ: _____

6. Вычислите:

а) $\sqrt{(1,2)^2} =$ _____

д) $\sqrt{(8,16)^2} =$ _____

б) $\sqrt{\left(\frac{3}{7}\right)^2} =$ _____

е) $\sqrt{(0,417)^2} =$ _____

в) $\sqrt{(-7)^2} =$ _____

ж) $\sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2} =$ _____

г) $\sqrt{(-6)^2} =$ _____

з) $\sqrt{\left(-\frac{7}{9}\right)^2} =$ _____

7. При каких значениях a верно равенство? Приведите конкретные примеры:

а) $\sqrt{a^2} = a$ _____

б) $\sqrt{a^2} = -a$ _____

в) $\sqrt{(-a)^2} = -a$ _____

г) $\sqrt{(-a)^2} = a$ _____

д) $\sqrt{-a^2} = a$ _____

8. Вычислите:

а) $(\sqrt{169})^2 =$ _____

е) $(\sqrt{2,25})^2 =$ _____

б) $6 - \sqrt{36} =$ _____

ж) $5 + 3 \cdot \sqrt{49} =$ _____

в) $5 \cdot \sqrt{0,64} =$ _____

з) $8 : \sqrt{2,25} =$ _____

г) $(\sqrt{15,5})^2 =$ _____

и) $(-\sqrt{1})^2 =$ _____

д) $(-\sqrt{3})^2 =$ _____

к) $(-\sqrt{0})^2 =$ _____

9. При каких значениях x имеет смысл выражение:

а) $\sqrt{x-5} + \sqrt{5x-3};$

б) $\sqrt{x+7} - \sqrt{4-8x};$

Решение:

$$\begin{cases} x - 5 \geq 0, \\ 5x - 3 \geq 0; \end{cases}$$

Ответ: _____

Ответ: _____

10. Проверьте себя:

а) Выражение \sqrt{a} имеет смысл при _____.

б) Вычислите:

$$\sqrt{81} =$$

$$\frac{\sqrt{400}}{5} =$$

$$\sqrt{25} =$$

$$0,1\sqrt{9} =$$

$$\sqrt{100} =$$

$$\sqrt{2\frac{7}{9}} =$$



13. УРАВНЕНИЕ $x^2 = a$

Цель ученика:

- овладеть умением решать уравнения данного типа.

Универсальные учебные действия (УУД):

- регулятивные: оценивать правильность выполнения на уровне адекватной ретроспективной оценки;
- коммуникативные: контролировать действия партнера;
- познавательные: овладеть общим приемом решения уравнения;
- личностные: самооценка

1. Вычислите:

а) $\sqrt{1\frac{24}{25}} - \sqrt{0,09} + \sqrt{3^2 + 4^2} =$ _____

б) $(\sqrt{7})^2 + \sqrt{256} + \sqrt{144} =$ _____

в) $(5 - 3\sqrt{2}) + (5 - 3\sqrt{2}) =$ _____

2. Решите уравнение:

а) $x^2 = 169$;

в) $x^2 = 144$;

б) $x^2 = 81$;

г) $x^2 = \frac{25}{49}$.

Решение:

а) $x^2 = 169; x^2 - 13^2 = 0; (x - 13)(x + 13) = 0,$

$x_1 = \underline{\hspace{2cm}}, x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

б) $(x - 9)(x + \underline{\hspace{2cm}}) = 0,$

$x_1 = \underline{\hspace{2cm}}, x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

в)

г)

3. Решите уравнение:

а) $x^2 = 8$;

в) $x^2 = 27$;

б) $x^2 = 15$;

г) $x^2 = 0,64$.

Решение:

а) $x^2 = 8; x^2 - 8 = 0; x^2 - (2\sqrt{2})^2 = 0; (x - 2\sqrt{2})(x + 2\sqrt{2}) = 0,$

$x_1 = \underline{\hspace{2cm}}, x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

б) $x^2 = 15; x^2 - (\sqrt{15})^2 = 0; (x - \sqrt{15})(x + \underline{\hspace{2cm}}) = 0,$

$x_1 = \underline{\hspace{2cm}}, x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

в)

г)

Ответ: а) ; б) ; в) ; г)

4. Решите уравнения:

а) $84 + x^2 = 85$;

в) $\frac{1}{9}x^2 = 7$;

б) $95 - y^2 = -5$;

г) $-6y^2 = 5$

Решение:

а)

- б) _____
 в) _____
 г) _____

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____; г) _____.

5. Решите уравнения:

- а) $(x + 5)^2 = 81$; в) $(x - 2)^2 = 5$;
 б) $(x - 8)^2 = 4$; г) $(x + 8)^2 = 7$

Решение:

- а) _____
 б) _____
 в) _____
 г) _____

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____; г) _____.

6. При каких значениях переменной имеет смысл выражение:

- а) $5\sqrt{x}$; в) $\sqrt{-3y}$;
 б) $-3\sqrt{a}$; г) $\sqrt{4-x}$?

Решение:

- а) _____
 б) _____
 в) _____
 г) _____

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____; г) _____.

7. При каких значениях переменной имеет смысл выражение:

- а) $\sqrt{a+3} + \sqrt{a-5}$; в) $\sqrt{6-y} - \sqrt{y-5}$;
 б) $\sqrt{3-2x} + \sqrt{x+7}$; г) $\sqrt{x} - \sqrt{2x+4}$?

Решение:

- а) $\begin{cases} a+3 \geq 0, \\ a-5 \geq 0; \end{cases}$ в) _____

Ответ: _____ Ответ: _____

б) $\sqrt{18}$ =

г) $\sqrt{125}$ =

Ответ:

Ответ:

8. Найдите значение выражения:

а) $(3 - \sqrt{7})^2 + 6\sqrt{7} =$

б) $(6 + \sqrt{3})^2 - 12\sqrt{3} =$

в) $(4 - \sqrt{2})^2 + (4 + \sqrt{2})^2 =$

г) $(13 - \sqrt{7})^2 - (13 + \sqrt{7})^2 =$

9. Проверьте себя:

Решите уравнение:

а) $x^2 = 16$

в) $x^2 = -9$

Ответ:

Ответ:

б) $x^2 = 2$

г) $x^2 = 0$

Ответ:

Ответ:



14. НАХОЖДЕНИЕ ПРИБЛИЖЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ КВАДРАТНОГО КОРНЯ

Цель ученика:

- извлекать квадратный корень из неотрицательного числа, используя алгоритм;
- округлять найденные значения.

Универсальные учебные действия (УУД):

- регулятивные:** учитывать правило в планировании и способе решения;
- коммуникативные:** построение речевых высказываний;
- познавательные:** ориентироваться на разнообразие способов решения задачи;
- личностные:** самооценка

1. Вычислите:

a) $\sqrt{7^2 + 2 \cdot 4^2} =$ _____

b) $\sqrt{8^2 - 3 \cdot 4^2} =$ _____

c) $\sqrt{4^2} - \sqrt{7^2} + \sqrt{(-5)^2} + \sqrt{(-4)^2} =$ _____

d) $-0,03 \cdot \sqrt{10000} + \sqrt{16} =$ _____

2. Извлечь квадратный корень из чисел: а) $\sqrt{76176}$; б) 61009; в) 346921; г) 222784; д) 717409.

Решение:

а) $\sqrt{76176}$

1) Делим число на грани справа налево, оставляя по две цифры в каждой грани (первая грань при этом может оказаться неполной):

$\sqrt{7'61'76}$

2) В результате записываем число, квадрат которого близок к числу 7, но не превышает его, таким числом является число 2:

$\sqrt{7'61'76} = 2$

3) Вычитаем из числа, записанного в первой грани квадрат числа двух. К полученной разности приписываем (сносим) число, находящееся во второй грани:

$\sqrt{7'61'76} = 2$

-4

361

4) Слева от вертикальной черты записываем удвоенный результат и вместо звездочки — такую цифру, чтобы произведение получившихся двузначного и однозначного чисел было близко к 361. Такой цифрой является цифра 7:

$$\sqrt{7'61'76} = 2$$

$$4 * \boxed{361}$$

$$\sqrt{7'61'76} = 27$$

-4

$$47 \boxed{361}$$

7

$$\boxed{329}$$

Не забываем записать цифру 7 в результат.

5) К разности чисел 361 и 329 сносим число, находящееся в следующей грани (76):

$$\sqrt{7'61'76} = 27$$

$$47 \begin{array}{r} -4 \\ \hline 361 \\ -329 \\ \hline 3276 \end{array}$$

6) Слева от вертикальной черты записываем удвоенный результат (в результате — число 27) и вместо звездочки — такую цифру, чтобы произведение получившихся трехзначного и однозначного чисел было близко к числу 3276:

Такой цифрой будет цифра 6.

$$\sqrt{7'61'76} = 27$$

$$47 \begin{array}{r} -4 \\ \hline 361 \\ -329 \\ \hline 54 * \boxed{3276} \end{array}$$

$$\sqrt{7'61'76} = 276$$

$$47 \begin{array}{r} -4 \\ \hline 361 \\ -329 \\ \hline 546 \boxed{3276} \\ * \hline 6 \boxed{3276} \\ 0 \end{array}$$

Не забываем записать цифру 6 в результат. Таким образом, $\sqrt{76176} = 276$.

б) $\sqrt{6'10'09} = 247$

$$44 \begin{array}{r} -4 \\ \hline 210 \\ -176 \\ \hline 487 \boxed{3409} \\ 7 \boxed{3409} \\ 0 \end{array}$$

в)

г)

д)

3. Приближенное значение квадратных корней из целых чисел умели находить в Древнем Вавилоне около 4 тысяч лет назад. Метод вавилонских ученых состоял в следующем: число a , из которого нужно было извлечь квадратный корень, представляли в виде $b^2 + c$, где c мало по сравнению с b^2 и полагали $\sqrt{a} = b + \frac{c}{2b}$.

Найдите с помощью вавилонского способа приближенное значение корня:

а) $\sqrt{1700}$; б) $\sqrt{2613}$; в) $\sqrt{1117}$; г) $\sqrt{5015}$.

Решение:

а) $\sqrt{1700} = \sqrt{1600 + 100} = \sqrt{40^2 + 100} \approx 40 + \frac{100}{2 \cdot 40} = 40 + 1\frac{1}{4} = 41,25$

б)

в)

г)

4. Проверьте себя.

Вычислите, не используя таблицу квадратов и микрокалькулятор:

а) $\sqrt{2116}$; б) $\sqrt{4225}$; в) $\sqrt{9801}$; г) $\sqrt{5329}$.



15. ФУНКЦИЯ $y = \sqrt{x}$ И ЕЕ ГРАФИК

Цель ученика:

- строить и читать график функции $y = \sqrt{x}$

Универсальные учебные действия (УУД):

- регулятивные:** составление плана и последовательности действий;
- коммуникативные:** планирование учебного сотрудничества;
- познавательные:** произвольное и осознанное построение речевого высказывания;
- личностные:** самооценка

Вычислите:

а) $\begin{array}{r} 6089 \\ \times 9754 \\ \hline \end{array}$

б) $61062870 \begin{array}{r} 8742 \\ - \end{array}$

в) $\frac{1,2^2 - 0,8^2}{1,4 \cdot 1,8 - 1,8}$

2. Не выполняя построения, ответьте на вопрос, принадлежит ли графику функции $y = \sqrt{x}$ точка:

а) $A(3; \sqrt{3})$;

в) $C(1,44; 1,2)$;

б) $B(7; 5)$;

г) $D(-9; 3)$.

Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____ ; г) _____ .

3. Пересекает ли график функции $y = \sqrt{x}$ прямая:

а) $y = 4$;

в) $y = 25$;

б) $y = 6$;

г) $y = -3$?

Если пересекает, то в какой точке?

Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____ ; г) _____ .

4. Сравните числа:

а) $\sqrt{25} \underline{\quad} \sqrt{28}$

в) $6 \underline{\quad} \sqrt{82}$

д) $\sqrt{1,69} \underline{\quad} 1,8$

ж) $\sqrt{18} \underline{\quad} 4$

б) $\sqrt{6} \underline{\quad} 4$

г) $\sqrt{3} \underline{\quad} 1,7$

е) $\sqrt{\frac{1}{6}} \underline{\quad} \sqrt{\frac{1}{7}}$

з) $\sqrt{17} \underline{\quad} 5$

5. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = \sqrt{x}$:

а) на отрезке $[1; 4]$;

в) на луче $[3; +\infty)$;

б) на отрезке $[0; 9]$;

г) на полуинтервале $[4; 9)$.

Ответ: а) _____

в) _____

б) _____

г) _____



16. КВАДРАТНЫЙ КОРЕНЬ ИЗ ПРОИЗВЕДЕНИЯ И ДРОБИ

Цель ученика:

- изучить свойства квадратных корней.

Универсальные учебные действия (УУД):

- регулятивные: учитывать правило в планировании и контроле способа решения;
- коммуникативные: построение речевых высказываний;
- познавательные: информационный поиск;
- личностные: самооценка.

1. Вычислите:

а) $\sqrt{49} \cdot \sqrt{16} + \sqrt{36} \cdot \sqrt{64} - 3\sqrt{4} =$ _____

б) $\sqrt{9 \cdot 4} + \sqrt{27 \cdot 3} - 6 \cdot \sqrt{81} =$ _____

в) $0,628^2 - 0,372^2 =$ _____

2. Вставьте пропущенные слова так, чтобы получилось верное высказывание:

а) Корень из произведения _____ множителей равен
корней из этих множителей;

б) Корень из дроби, числитель которой _____, а знаменатель
_____, равен корню из _____, деленному на ко-
рень из _____.

3. Вычислите с помощью теоремы о корне корень из произведения:

а) $\sqrt{25 \cdot 64} =$ _____

б) $\sqrt{36 \cdot 49 \cdot 25} =$ _____

в) $\sqrt{\frac{25}{81} \cdot \frac{16}{49}} =$ _____

г) $\sqrt{0,25 \cdot 144} =$ _____

д) $\sqrt{0,09 \cdot 81 \cdot 225} =$ _____

е) $\sqrt{\frac{100}{121} \cdot \frac{4}{81}} =$ _____

4. Разложив подкоренное выражение на множители, вычислите:

а) $\sqrt{10125} =$ г) $\sqrt{608400} =$

$$\begin{array}{r|l} 10125 & 5 \\ 2025 & 5 \\ 405 & 5 \\ 81 & 81 \\ 1 & \end{array}$$

б) $\sqrt{115600} =$ д) $\sqrt{902500} =$

$$\begin{array}{r|l} 115600 & 100 \\ 1156 & 4 \\ 289 & 17 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array}$$

в) $\sqrt{577600} =$ е) $\sqrt{1944} =$

5. Вычислите:

а) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32} =$

б) $\sqrt{27} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{8} =$

в) $\sqrt{45} \cdot \sqrt{5} =$

г) $\sqrt{0,1} \cdot \sqrt{10} =$

д) $\sqrt{4,5} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{10} =$

е) $\sqrt{0,1} \cdot \sqrt{11} \cdot \sqrt{440} =$

6. С помощью теоремы о корне из дроби вычислите, записав результат в виде десятичной дроби:

а) $\sqrt{\frac{49}{25}} =$ г) $\sqrt{\frac{9}{25}} =$

б) $\sqrt{\frac{36}{625}} =$ д) $\sqrt{\frac{1}{64}} =$

в) $\sqrt{\frac{49}{64}} =$ е) $\sqrt{\frac{64}{625}} =$

7. Вычислите:

а) $\sqrt{1\frac{9}{19}} =$ _____

д) $\sqrt{3\frac{22}{49}} =$ _____

б) $\sqrt{5\frac{4}{9}} =$ _____

е) $\sqrt{1\frac{81}{144}} =$ _____

в) $\sqrt{1\frac{13}{36}} =$ _____

ж) $\sqrt{1\frac{120}{169}} =$ _____

г) $\sqrt{3\frac{1}{16}} =$ _____

з) $\sqrt{2\frac{14}{121}} =$ _____

8. Вычислите:

а) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{32}} =$ _____

в) $\frac{\sqrt{999}}{\sqrt{111}} =$ _____

б) $\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}} =$ _____

г) $\frac{\sqrt{108}}{\sqrt{12}} =$ _____

9. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{41^2 - 40^2} =$ _____

б) $\sqrt{13^2 - 12^2} =$ _____

в) $\sqrt{2-\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{3}} =$ _____

г) $\sqrt{4+\sqrt{15}} \cdot \sqrt{4-\sqrt{15}} =$ _____

10. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{4 \cdot 100} + \sqrt{25 \cdot 0,09} =$ _____

б) $\sqrt{729 \cdot 0,04} - \sqrt{42 \cdot 200} =$ _____

в) $\sqrt{0,49 \cdot 81} - \sqrt{676 \cdot 0,16} =$ _____

г) $\frac{\sqrt{242}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{288}}{\sqrt{2}} =$ _____

д) $\sqrt{313^2 - 312^2} + \sqrt{82^2 - 18^2} =$ _____

е) $\sqrt{\frac{36}{49 \cdot 121}} =$ _____

ж) $\sqrt{\frac{121 \cdot 256}{25 \cdot 100}} =$ _____

11. Проверьте себя:

$$\sqrt{25 \cdot 16 \cdot 81} =$$

$$\sqrt{0,64 \cdot 0,36 \cdot 9} =$$

$$\sqrt{\frac{81 \cdot 25}{16}} =$$



17. КВАДРАТНЫЙ КОРЕНЬ ИЗ СТЕПЕНИ

Цель ученика:

- овладеть умением извлекать квадратный корень из степени.

Универсальные учебные действия (УУД):

- регулятивные: составление плана и последовательности действий;
- коммуникативные: построение речевых высказываний;
- познавательные: осуществлять анализ способов действия;
- личностные: самооценка.

1. Вычислите:

$$\begin{array}{r} \times 698 \\ \hline 524 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 280320 \\ | \quad 768 \end{array}$$

$$\text{в) } \frac{0,2 \cdot 1,8 + 0,8 \cdot 1,8}{1,3^2 - 0,5^2}$$

2. Закончите высказывание:

При любом значении x верно равенство $\sqrt{x^2} =$

3. Вычислите:

$$\text{а) } \sqrt{4^2} =$$

$$\text{д) } 5 \cdot \sqrt{(-5,6)^2} =$$

$$\text{б) } \sqrt{3,17^2} =$$

$$\text{е) } 3 \cdot \sqrt{(2,4)^2} =$$

$$\text{в) } \sqrt{(-8,1)^2} =$$

$$\text{ж) } 6 \cdot \sqrt{(-0,8)^2} =$$

$$\text{г) } \sqrt{(-7)^2} =$$

$$\text{з) } \sqrt{28^2} =$$

4. Найдите значение выражения:

a) $\sqrt{x^2}$ при $x = -32; 46; -2\frac{1}{7}; 18; 0.$

Решение: _____

Ответ: _____

b) $0,3\sqrt{y^2}$ при $y = -2; 0,1; -7; -3\frac{1}{3}; 15; 0$

Решение: _____

Ответ: _____

5. Замените выражение тождественно равным:

a) $\sqrt{4a^2}, a < 0$ _____ ; г) $\sqrt{100a^2}, a \geq 0$ _____ ;

б) $\sqrt{25b^2}, b > 0$ _____ ; д) $\sqrt{\frac{1}{16}y^2}, y \leq 0$ _____ ;

в) $\sqrt{16c^2}, c < 0$ _____ ; е) $\sqrt{\frac{1}{81}n^2}, n \geq 0$ _____ .

6. Упростите выражение:

$\sqrt{x^2 - 6x + 9} + \sqrt{x^2 + 4x + 4}$ при условии:

а) $x < -2$; б) $-2 \leq x < 3$; в) $x \geq 3$.

Решение:

$\sqrt{x^2 - 6x + 9} + \sqrt{x^2 + 4x + 4} = | \dots | + | \dots |.$

а) Если $x < -2$, то _____

б) Если $-2 \leq x < 3$, то _____

в) Если $x \geq 3$, то _____

7. Упростите выражение:

$\sqrt{16 - 8y + y^2} - \sqrt{y^2 + 10y + 25}$ при:

а) $y < -5$; б) $-5 \leq y < 4$; в) $y \geq 4$.

Решение: _____

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____.

8. Считая $a > 0$, $b > 0$, $x > 0$, $y > 0$, упростите выражения:

а) $\sqrt{16a^{10}} = 4\sqrt{(a^5)^2} =$ _____

б) $\sqrt{100b^4} = 10\sqrt{(b^2)^2} =$ _____

в) $\sqrt{a^{12}b^{16}} =$ _____

г) $\sqrt{9x^8} =$ _____

д) $\sqrt{25x^{10}y^6} =$ _____

е) $\sqrt{\frac{1}{4}x^{20}y^2} =$ _____

ж) $\sqrt{\frac{121a^{16}}{25b^{28}}} =$ _____

з) $\sqrt{\frac{49x^{18}}{64y^4}} =$ _____

9. Сравните числа:

а) 5,3 и $\sqrt{26}$; б) $\sqrt{59,8}$ и 7,6.

Решение:

а) $5,3 = \sqrt{(5,3)^2} = \sqrt{5,3 \cdot 5,3} = \sqrt{28,09}$. Так как $28,09 > 26$, то $\sqrt{28,09} > \sqrt{26}$, т.е. $5,3 > 26$.

б) _____

10. Проверьте себя:

$\sqrt{6^2} =$ _____

$\sqrt{(-6)^2} =$ _____

Сравните числа 3,6 и $\sqrt{13}$:



18. ВЫНЕСЕНИЕ МНОЖИТЕЛЯ ИЗ-ПОД ЗНАКА КОРНЯ. ВНЕСЕНИЕ МНОЖИТЕЛЯ ПОД ЗНАК КОРНЯ

Цель ученика:

- научиться выносить множитель из-под знака корня и вносить его под знак корня.

Универсальные учебные действия (УУД):

- регулятивные:** волевая саморегуляция;
- коммуникативные:** построение речевых высказываний;
- познавательные:** логические мыслительные операции;
- личностные:** самооценка.

1. Вычислите:

$$\text{a) } \begin{array}{r} 753 \\ \times 246 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{б) } 1309092 \quad \left| \begin{array}{r} 354 \\ \hline \end{array} \right.$$

$$\text{в) } \frac{4,5^2 - 1,5^2}{0,7 \cdot 0,3 - 0,3}$$

2. Вынесите множитель из-под знака корня:

$$\text{а) } \sqrt{20} =$$

$$\text{д) } \sqrt{180} =$$

$$\text{б) } \sqrt{72} =$$

$$\text{е) } \sqrt{112} =$$

$$\text{в) } \sqrt{50} =$$

$$\text{ж) } \sqrt{75} =$$

$$\text{г) } \sqrt{32} =$$

$$\text{з) } \sqrt{675} =$$

3. Внесите множитель под знак корня:

$$\text{а) } 3\sqrt{2} =$$

$$\text{д) } -6\sqrt{3} =$$

$$\text{б) } 2\sqrt{5} =$$

$$\text{е) } -\frac{2}{3}\sqrt{18} =$$

в) $11\sqrt{5} =$ _____ ж) $11\sqrt{5} =$ _____

г) $\frac{1}{2}\sqrt{32} =$ _____ з) $-3\sqrt{7} =$ _____

4. Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt{16x} =$ _____ д) $\sqrt{\frac{9x^2y}{16z^2}} =$ _____

б) $\sqrt{36y} =$ _____ е) $\sqrt{100x^5} =$ _____

в) $\sqrt{49a} =$ _____ ж) $\sqrt{32a^4} =$ _____

г) $\sqrt{x^3} =$ _____ з) $\sqrt{\frac{81x^6}{y^3}} =$ _____

5. Внесите множитель под знак корня, считая $x > 0, y > 0, a > 0, b > 0$.

а) $x\sqrt{3} =$ _____ д) $-b\sqrt{11} =$ _____

б) $y\sqrt{5} =$ _____ е) $c^2\sqrt{6} =$ _____

в) $a\sqrt{7} =$ _____ ж) $x^3\sqrt{10} =$ _____

г) $x^2\sqrt{2} =$ _____ з) $-y\sqrt{8} =$ _____

6. Сравните значения выражений:

а) $3\sqrt{50}$ и $2\sqrt{98}$; в) $10\sqrt{18}$ и $15\sqrt{8}$;

б) $3\sqrt{13}$ и $\sqrt{87}$; г) $9\sqrt{27}$ и $4\sqrt{48}$.

Решение: _____

Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____ ; г) _____ .

7. В каждом слагаемом вынесите из-под знака корня числовой множитель и упростить выражение:

а) $\sqrt{8} - \sqrt{18} + \sqrt{32} + \sqrt{50} - \sqrt{72} =$ _____

Ответ:

б) $\sqrt{48} - \sqrt{12} - \sqrt{108} + \sqrt{75} + \sqrt{27} =$

Ответ:

в) $\sqrt{180} + \sqrt{20} - \sqrt{45} + \sqrt{80} - \sqrt{125} =$

Ответ:

8. Проверь себя.

Вынесите множитель из-под знака корня:

$\sqrt{75} =$

$\sqrt{300} =$

$\sqrt{\frac{7}{16}} =$

Внесите множитель под знак корня:

$2\sqrt{3} =$

$6\sqrt{2} =$

$\frac{1}{2}\sqrt{2} =$

$-2\sqrt{7} =$



19. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ, СОДЕРЖАЩИХ КВАДРАТНЫЕ КОРНИ

Цель ученика:

- приобрести навык преобразования выражений с квадратными корнями.

Универсальные учебные действия (УУД):

- регулятивные: учитывать правила в планировании и контроле способа решения;

- коммуникативные: учитывать разные мнения;
- познавательные: знаково-символьные действия;
- личностные: самооценка.

1. Вычислите:

а) $\frac{105}{307}$

б) $7581530 \mid 785$

в) $\frac{1,2^2 - 1,8^2}{0,2 \cdot 1,2 - 1,2 \cdot 0,8}$

2. Упростите выражение:

а) $8\sqrt{2} - 4\sqrt{18} - \sqrt{50} =$ _____

б) $11\sqrt{3} - 7\sqrt{48} - \sqrt{75} =$ _____

в) $\sqrt{48p} + \sqrt{36} + \sqrt{27p} =$ _____

г) $\sqrt{25} + 3\sqrt{90a} - 2\sqrt{40a} =$ _____

д) $\sqrt{5}(2\sqrt{5} + 5\sqrt{8}) =$ _____

е) $\sqrt{3}(5\sqrt{3} - 7\sqrt{6}) =$ _____

ж) $(3\sqrt{7} - 1)(3\sqrt{7} + 1) =$ _____

з) $(1 - 4\sqrt{3})^2 =$ _____

и) $(2\sqrt{7} + 1)^2 =$ _____

к) $\sqrt{3}(\sqrt{6} + \sqrt{3}) - \frac{7}{2}\sqrt{8} =$ _____

л) $\sqrt{2}(\sqrt{10} + \sqrt{2}) - \frac{3}{2}\sqrt{20} =$ _____

м) $(\sqrt{7} - \sqrt{3})^2 =$ _____

3. Сократите дробь:

а) $\frac{25-a}{5-\sqrt{a}} =$ _____

б) $\frac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{15}-\sqrt{5}} =$ _____

в) $\frac{49-a}{7-\sqrt{a}} =$ _____

г) $\frac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{15}+\sqrt{3}} =$ _____

д) $\frac{x+2\sqrt{xy}+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} =$ _____

е) $\frac{x^2-6x\sqrt{y}+9y}{3\sqrt{y}-x} =$ _____

ж) $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{y-2\sqrt{xy}+x} =$ _____

з) $\frac{27+x\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}} =$ _____

и) $\frac{8+2\sqrt{7}}{1+\sqrt{7}} =$ _____

к) $\frac{4+2\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} =$ _____

л) $\frac{7-2\sqrt{10}}{\sqrt{2}-\sqrt{5}} =$ _____

м) $\frac{9-2\sqrt{14}}{\sqrt{7}-\sqrt{2}} =$ _____

4. Освободитесь от иррациональности в знаменателе:

а) $\frac{1}{\sqrt{2}} =$ _____ д) $\frac{3+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}} =$ _____

б) $\frac{6}{\sqrt{12}} =$ _____ е) $\frac{3+\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}} =$ _____

в) $\frac{4}{\sqrt{8}} =$ _____

ж) $\frac{8}{\sqrt{10}-\sqrt{2}} =$ _____

г) $\frac{9}{\sqrt{3}} =$ _____

з) $\frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} =$ _____

5. Разложите на множители:

а) $a^2 - 2 =$ _____ ; г) $11 - 2b^2 =$ _____ ;

б) $5 - x^2 =$ _____ ; д) $3 - 6y^2 =$ _____ ;

в) $8 - y^2 =$ _____ ; е) $x - y$ при $x > 0, y > 0$

6. Преобразуйте выражение, воспользовавшись тождеством $\sqrt{a^2} = |a|$:

а) $\sqrt{9+4\sqrt{2}} =$ _____

б) $\sqrt{28+6\sqrt{2}} =$ _____

в) $\sqrt{6-2\sqrt{5}} =$ _____

г) $\sqrt{11-4\sqrt{7}} =$ _____

д) $\sqrt{8+2\sqrt{7}} =$ _____

е) $\sqrt{24+6\sqrt{15}} =$ _____

ж) $\sqrt{8-\sqrt{28}} - \sqrt{8+\sqrt{28}} =$ _____

з) $\sqrt{6+4\sqrt{2}} + \sqrt{6-4\sqrt{2}} =$ _____

и) $\sqrt{9+\sqrt{32}} =$ _____

к) $\sqrt{11-6\sqrt{2}} =$ _____

7. Упростите выражение:

а) $\frac{b-a}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} =$ _____

б) $\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \sqrt{b} =$ _____

в) $\sqrt{3}+2+\frac{1}{2+\sqrt{3}} =$ _____

- г) $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} + \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} =$ _____
- д) $\frac{1}{4+2\sqrt{3}} + \frac{1}{4-2\sqrt{3}} =$ _____
- е) $\sqrt{11-\sqrt{21}} \cdot \sqrt{11+\sqrt{21}} =$ _____
- ж) $\frac{3}{6-2\sqrt{6}} + \frac{3}{6+2\sqrt{6}} =$ _____
- з) $\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - 3\sqrt{\frac{3}{8}} + 4\sqrt{1,5} \right) \cdot 2\sqrt{\frac{2}{3}} =$ _____
- и) $\left(\sqrt{0,75} + 3\sqrt{\frac{1}{27}} - \sqrt{6,75} \right) \cdot \sqrt{3} =$ _____

8. Выполните действия:

- а) $(a-\sqrt{7})(a+\sqrt{7}) =$ _____
- б) $(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y}) =$ _____
- в) $(\sqrt{a}-4)^2 =$ _____
- г) $(5+2\sqrt{x})^2 =$ _____

9. Проверьте себя.**Упростите выражение:**

$$\frac{3}{2}\sqrt{8} + \sqrt{3}(\sqrt{12} - \sqrt{6}) =$$

$$(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 =$$

Сократите дробь:

$$\frac{2+\sqrt{x}}{4-x} =$$

Освободитесь от иррациональности в знаменателе:

$$\frac{20}{\sqrt{5}} =$$

$$\frac{5}{\sqrt{11-\sqrt{6}}} =$$

Глава III. КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ



21. НЕПОЛНЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Цель ученика:

- овладеть умением решать неполные квадратные уравнения.

Универсальные учебные действия (УУД):

- **регулятивные:** учитывать правило в планировании способа действия;
- **коммуникативные:** договариваться и приходить к общему решению;
- **познавательные:** ориентироваться на разнообразие способов решения;
- **личностные:** самооценка.

1. Вычислите:

$$\text{a) } \begin{array}{r} 596 \\ \times 695 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{б) } 33182028 \quad \begin{array}{r} 5247 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{в) } \left(3\frac{5}{6} - 2\frac{3}{8}\right) : \frac{7}{12} + 8,5$$

2. Заполните таблицу:

№ п/п	Уравнение	Первый коэффициент	Второй коэффициент	Свободный член
1	$-5x^2 + 7x - 1 = 0$			
2	$2,8x^2 - \frac{7}{15}x + 4 = 0$			
3	$x^2 - 0,2x - \sqrt{5} = 0$	1	-0,2	$-\sqrt{5}$
4	$-x^2 + 4 = 0$			
5	$\frac{3}{8}x^2 - x = 0$			
6		6	-5	-7

3. Приведите данное уравнение к виду $ax^2 + bx + c = 0$

а) $(x - 3)(x + 1) + 2x - 4 = 0;$

б) $(3x - 1)^2 = x(x + 4) - 5;$

в) $(x - 5)(x + 5) = 3x^2 - 2;$

г) $(2x + 3)^2 - (3x - 1)^2 = 0.$

Решение:

а)

$$(x - 3)(x + 1) + 2x - 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 + 2x - 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 7 = 0$$

б)

$$(3x - 1)^2 = x(x + 4) - 5 \Rightarrow 9x^2 - 6x + 1 = x^2 + 4x - 5 \Rightarrow 8x^2 - 10x + 6 = 0$$

в)

$$(x - 5)(x + 5) = 3x^2 - 2 \Rightarrow x^2 - 25 = 3x^2 - 2 \Rightarrow -2x^2 - 23 = 0$$

г)

$$(2x + 3)^2 - (3x - 1)^2 = 0 \Rightarrow 4x^2 + 12x + 9 - (9x^2 - 6x + 1) = 0 \Rightarrow -5x^2 + 18x + 8 = 0$$

4. Заполните таблицу:

№ п/п	Уравнение	Уравнение, записанное в виде $ax^2 + bx + c = 0$	Коэффициенты		
			a	b	c
1	$7 + \frac{x^2}{5} - \sqrt{3}x = 0$	$\frac{1}{5}x^2 - \sqrt{3}x + 7 = 0$	$\frac{1}{5}$	$-\sqrt{3}$	7
2	$4x - 6x^2 + \frac{1}{7} = 0$	$-6x^2 + 4x + \frac{1}{7} = 0$	-6	4	$\frac{1}{7}$
3	$-\frac{x^2}{4} - 0,7 = 3x$	$-\frac{1}{4}x^2 - 3x - 0,7 = 0$	$-\frac{1}{4}$	-3	-0,7
4	$4 = -2x + x^2$	$x^2 - 2x - 4 = 0$	1	-2	-4
5	$6 = x^2$	$x^2 - 6 = 0$	1	0	-6
6	$7x = -\frac{x}{5}$	$\frac{6}{5}x = 0$	$\frac{6}{5}$	0	0
7	$7x - x^2 = 0$	$x^2 - 7x = 0$	1	-7	0

5. Запишите в один из столбцов таблицы каждое из уравнений:

а) $-3x^2 + 15 = 0$;

в) $4x^2 + 9x = 0$;

д) $x^2 + 18 = 0$.

б) $4x^2 + 3 = 0$;

г) $6x^2 = 0$;

Уравнение имеет
два корня

Уравнение имеет
корень

Уравнение не имеет
корней

6. Решите неполное квадратное уравнение:

а) $x^2 - 9 = 0$;

г) $-5x^2 + 9 = 0$;

б) $x^2 - 64 = 0$;

д) $-7x^2 + 13 = 0$;

в) $4x^2 - 100 = 0$;

е) $4x^2 + 13 = 0$.

Решение:

а) $x^2 - 9 = 0$

г) $-5x^2 + 9 = 0$

б) $x^2 - 64 = 0$

д) $-7x^2 + 13 = 0$

в) $4x^2 - 100 = 0$

е) $4x^2 + 13 = 0$

Ответ: а)

г)

б)

д)

в)

е)

7. Решите неполное квадратное уравнение, разложив его левую часть на множители:

а) $x^2 + 3x = 0$;

г) $-7x + x^2 = 0$;

б) $-x^2 + 8x = 0$;

д) $19x - x^2 = 0$;

в) $3x - x^2 = 0$;

е) $x^2 - 10x = 0$.

Решение:

а) $x^2 + 3x = 0$,

$x(x + 3) = 0$,

$x_1 = 0$, $x_2 =$ _____

б) _____

г) _____

в) _____

д) _____

е) _____

Ответ: а) _____ г) _____

б) _____ д) _____

в) _____ е) _____

8. Решите уравнение:

а) $6x^2 - 5x + 10 = 3x^2 - x + 10$; д) $x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$;

б) $-7y^2 + 9y + 4 = 9y + 1$; е) $4x^2 + 12x + 9 = 0$;

в) $x^2 - 8 = (x - 8)(2x + 1)$; ж) $(3x - 1)(x + 2) = 5(3 + x)$;

г) $(2x - 1)^2 - 1 = x(x + 2)$; з) $x^2 - 6x + 9 = 0$.

Решение:

а) $6x^2 - 5x + 10 - 3x^2 + x - 10 = 0$ д) $x^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 0$

$3x^2 - 4x = 0$

$x(3x - 4) = 0$ (_____)² = 0

$x_1 = 0$, $x_2 =$ _____ $x =$ _____

б) _____ е) _____

в) _____ ж) _____

г) $x^2 - 10x + 25 = 0$

$$\begin{aligned} x^2 - 10x + 25 &= 0 \\ (x - 5)^2 &= 0 \\ x - 5 &= 0 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

з) $x^2 - 2x - 8 = 0$

$$\begin{aligned} x^2 - 2x - 8 &= 0 \\ (x - 4)(x + 2) &= 0 \\ x - 4 &= 0 \quad x + 2 = 0 \\ x &= 4 \quad x = -2 \end{aligned}$$

Ответ: а)

д) $x = 5$ б) $x = 4$ е) $x = -2$ в) $x = -2$ ж) $x = 4$ г) $x = 5$ з) $x = -2$

9. Проверьте себя:

а) Составьте квадратное уравнение с коэффициентами $a = 7$; $b = -8$; $c = 6$.Ответ: $x^2 - 8x + 6 = 0$

б) Решите неполное квадратное уравнение:

$5x^2 + 6x = 0$

$(x + 2)(5x + 3) = 0$

$8x^2 - 32 = 0$

Ответ: $x_1 = 0$, $x_2 = -\frac{6}{5}$ Ответ: $x_1 = 4$, $x_2 = -4$ 

22. ФОРМУЛА КОРНЕЙ КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ

Цель ученика:

- овладеть умением решать квадратные уравнения.

Универсальные учебные действия (УУД):

- регулятивные: составление плана и последовательности действий;
- коммуникативные: построение речевых высказываний;
- познавательные: структурирование знаний;
- личностные: самооценка.

1. Вычислите:

a) $\begin{array}{r} 4071 \\ \times 989 \\ \hline \end{array}$

б) 23125056 | 258

в) $\frac{0,6 \cdot 0,8 + 0,6 \cdot 1,2}{0,2^2 - 0,4^2}$

2. Заполните пропуски:

а) Выражение $b^2 - 4ac$ называют _____ квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ и обозначают буквой _____.

б) Формулу $x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$, где $D = b^2 - 4ac$ называют формулой _____.

в) При решении квадратного уравнения целесообразно поступать следующим образом:

1) вычислить дискриминант и сравнить его с нулем;

2) если дискриминант _____ или равен _____, то воспользоваться формулой корней, если дискриминант _____, то записать, что корней нет.

3. Заполните таблицу:

№ п/п	Уравнение $ax^2 + bx + c = 0$	a	b	c	$D = b^2 - 4ac$	$\sqrt{D} = \sqrt{b^2 - 4ac}$
1	$x^2 - 6x + 5 = 0$	1	-6	5	$(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 16$	4
2	$x^2 - 6x + 8 = 0$					
3	$2x^2 - 3x - 2 = 0$					
4	$-x^2 + 4x + 3 = 0$					
5	$16x^2 - 8x + 1 = 0$					
6	$2x^2 - 5x + 2 = 0$					
7	$-x^2 + 8x - 15 = 0$					
8	$6x^2 - x = 0$					
9	$\frac{1}{3}x^2 - 2 = 0$					
10	$x^2 - 6x + 9 = 0$					

4. Заполните таблицу:

№ п/п	Уравнение $ax^2 + bx + c = 0$	$D = b^2 - 4ac$	Количество корней
1	$x^2 - 10x - 24 = 0$	$(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24) = 196 > 0$	2 корня
2	$x^2 + 8x - 1 = 0$		
3	$x^2 - 2x + 5 = 0$		
4	$\frac{1}{2}x^2 - 2x - 3 = 0$		
5	$4x^2 + 4x + 1 = 0$		
6	$-3x^2 + x - 2 = 0$		

5. Закончите решение уравнения:

a) $x^2 - 4x - 12 = 0$

$a = 1, b = -4, c = -12,$

$D = b^2 - 4ac =$

$x_{1,2} =$

$x_1 =$

$x_2 =$

б) $4x^2 - 5x - 4 = 0$

$a = \underline{\hspace{2cm}}, b = \underline{\hspace{2cm}}, c = \underline{\hspace{2cm}}$

$D = \underline{\hspace{2cm}}$

$x_{1,2} =$

$x_1 =$

$x_2 =$

6. Решите квадратное уравнение:

а) $-2x^2 + 5x + 3 = 0;$

б) $x^2 - 5x + 3 = 0;$

в) $x^2 + 7x + 2 = 0;$

г) $x^2 - 5x + 6 = 0;$

д) $4x^2 - 7x - 7,5 = 0;$

е) $25x^2 + 10x + 1 = 0;$

ж) $3x^2 - 3x + 4 = 0;$

з) $-5x^2 + x + 1 = 0.$

Решение:

а)

$\underline{\hspace{2cm}}$

$\underline{\hspace{2cm}}$

$\underline{\hspace{2cm}}$

д)

$\underline{\hspace{2cm}}$

$\underline{\hspace{2cm}}$

$\underline{\hspace{2cm}}$

б) $x^2 - 2x - 3 = 0$ е) $x^2 + 4x + 3 = 0$ в) $x^2 - 2x - 15 = 0$ ж) $x^2 + 6x + 8 = 0$ г) $x^2 - 2x - 15 = 0$ з) $x^2 + 6x + 8 = 0$

Ответ: а) _____ д) _____

б) _____ е) _____

в) _____ ж) _____

г) _____ з) _____

7. Уравнение $ax^2 + 2kx + c = 0$ называется *уравнением с четным вторым коэффициентом*. По формуле корней квадратного уравнения с четным вторым коэффициентом $x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{D_1}}{a}$, где $D_1 = k^2 - ac$ решите уравнение:

а) $x^2 - 2x - 15 = 0$

в) $2x^2 + 4x - 1 = 0$

$a = 1, k = -1, c = -15,$

$D_1 = (-1)^2 - 1 \cdot (-15) = 16$

$x_{1,2} = \underline{\hspace{2cm}}$

$x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$

$x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

$\underline{\hspace{2cm}}$

$\underline{\hspace{2cm}}$

$\underline{\hspace{2cm}}$

$\underline{\hspace{2cm}}$

$\underline{\hspace{2cm}}$

$\underline{\hspace{2cm}}$

б) $x^2 - 4x - 96 = 0$

г) $5x^2 + 8x + 3 = 0$

8. Решите уравнения:

- а) $(x - 3)^2 = 3(x - 1) - 8$;
- б) $(3x + 2)(x + 4) + 1 = (x + 1)(7 + 6x)$;
- в) $(x - 2)(x - 7) = 1 - 4(x - 2)$;
- г) $x(x + 2) = 6 + x - x^2$;
- д) $2x - x^2 - \frac{2-x}{3} = 0$;
- е) $\frac{(x+1)x}{5} - \frac{x}{4} + \frac{(x-1)x}{10} = 0$.

а) _____

г) _____

- б) _____
-
-
-
-
-

д) _____

в) _____

е) _____

Ответ: а) _____

г) _____

б) _____

д) _____

в) _____

е) _____

9. Если в квадратном уравнении $ax^2 + bx + c = 0$ коэффициенты связаны соотношением $a + b + c = 0$, то $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{c}{a}$.

Используя это, решите уравнения:

а) $2001x^2 - 2000x - 1 = 0$ г) $623x^2 - 800x + 177 = 0$

т.к. $2001 + (-2000) + (-1) = 0$, $x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$, $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

то $x_1 = -1$; $x_2 = -\frac{3}{2012}$

б) $17x^2 - 19x + 2 = 0$

д) $-61x^2 + 65x - 4 = 0$

$x_1 = \underline{\hspace{2cm}}, x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

$x_1 = \underline{\hspace{2cm}}, x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

в) $201x^2 - 300x + 99 = 0$

е) $-101x^2 + 199x - 98 = 0$

$x_1 = \underline{\hspace{2cm}}, x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

$x_1 = \underline{\hspace{2cm}}, x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

10. Проверьте себя.

Решите уравнение:

а) $2x^2 + 3x - 2 = 0$

б) $59x^2 + 3x - 62 = 0$

$\underline{\hspace{10cm}}$

$\underline{\hspace{10cm}}$

$\underline{\hspace{10cm}}$

$\underline{\hspace{10cm}}$

$\underline{\hspace{10cm}}$

$\underline{\hspace{10cm}}$

б) $x^2 - 10x - 24 = 0$

г) $-74x^2 + 89x - 15 = 0$

$\underline{\hspace{10cm}}$

$\underline{\hspace{10cm}}$

$\underline{\hspace{10cm}}$

$\underline{\hspace{10cm}}$



23. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ

Цель ученика:

- уметь применять знания при решении задач.

Универсальные учебные действия (УУД):

- регулятивные:** составление плана и последовательности действий;
- коммуникативные:** построение речевых высказываний;
- познавательные:** смысловое чтение текста, извлечение информации в соответствии с целью чтения;
- личностные:** самооценка.

1. Вычислите:

$$\text{a) } \begin{array}{r} 9247 \\ \times 356 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{б) } 99795448 \quad | \quad 2356$$

$$\text{в) } \frac{0,5^2 - 1,5^2}{0,6 \cdot 1,2 + 0,6 \cdot 0,8}$$

2. Решите задачу.

Одно число больше другого на 6, а их произведение равно 160. Найдите эти числа.

Заполнив пропуски, составьте уравнение по условию задачи и решите его.
Решение.

Пусть x — первое искомое число, тогда _____ второе искомое число. Так как произведение этих чисел равно 160, можно составить уравнение: _____

Решим это уравнение:

$$x_{1,2} = \underline{\hspace{2cm}}, x_{1,2} = \underline{\hspace{2cm}},$$

Ответ: 1) -16 и -10; 2) 10 и 16.

3. Решите задачу.

Ширина прямоугольника на 5 см меньше длины, а его площадь равна 6 см². Найдите длины сторон. Заполнив пропуски, составьте уравнение по условию задачи и решите его.

Решение.

Пусть ширина прямоугольника равна x см: тогда длина прямоугольника равна $\underline{\hspace{2cm}}$ см. Зная, что площадь прямоугольника 6 см², можно записать уравнение: $\underline{\hspace{2cm}}$

Решим полученное уравнение:

$x^2 - 5x - 6 = 0$

Ответ: 6 см и 1 см.

4. Решите задачу. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 5 см. Найдите катеты, если один из них на 1 см меньше другого.

Решение.

Пусть длина меньшего катета x см, тогда длина большего катета $\underline{\hspace{2cm}}$ см. Используя теорему Пифагора составим уравнение:

Решим это уравнение:

$$x_{1,2} = \underline{\hspace{2cm}}, x_{1,2} = \underline{\hspace{2cm}},$$

$$x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Так x — длина катета, то $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

Ответ: $\underline{\hspace{2cm}}$

5. Решите задачу. Найдите стороны прямоугольника, если известно, что одна из них на 14 см меньше другой, а диагональ прямоугольника 34 см.

Решение:

Ответ: _____

6. Найдите три последовательных целых числа, сумма квадратов которых равна 770.

Решение.

Пусть x — первое искомое целое число, тогда _____ второе искомое целое число, _____ третье искомое целое число. Так как сумма квадратов этих чисел равна 770, можно составить уравнение:

$$x_{1,2} = \text{_____}, x_{1,2} = \text{_____},$$

$$x_2 = \text{_____}$$

Ответ: 1) -17, -16, -15; 2) 15, 16, 17.

7. Стороны прямоугольника относятся как 2 : 5. Найдите их, если площадь прямоугольника равна 5760 см².

Решение.

Пусть x см — длина одной части. Так как на одну сторону прямоугольника приходится 2 части, то ее длина _____ см. Так как на другую сторону прямоугольника приходится _____ частей, то ее длина _____ см. Составим уравнение на основании того, что площадь прямоугольника равна 5760 см²

Решим это уравнение:

$$x_{1,2} = \text{_____}, x_{1,2} = \text{_____},$$

Ответ: _____

8. Одна из сторон прямоугольника на 2 см меньше стороны квадрата, а другая — на 4 см больше стороны того же квадрата. Найдите сторону квадрата, если площадь прямоугольника равна 55 см^2 .

Решение:

Ответ:

9. Проверьте себя.

Решите задачи:

- а) Представьте число 140 в виде произведения двух чисел, одно из которых на 4 меньше другого.

Решение:

Ответ:

- б) Произведение двух последовательных натуральных чисел на 29 больше их суммы. Найдите эти числа.

Решение:

Ответ:

24. ТЕОРЕМА ВИЕТА

Цель ученика:

- овладеть умениями применять теорему Виета.

Универсальные учебные действия (УУД):

- регулятивные: прогнозирование временных характеристик;

- **коммуникативные:** построение речевых высказываний;
- **познавательные:** самостоятельное создание способов решения проблем;
- **личностные:** самооценка.

1. Запишите результат деления обеих частей уравнения на первый коэффициент:

а) $3x^2 - 5x + 6 = 0$ _____

б) $7x^2 - 14x + 1 = 0$ _____

в) $\frac{1}{2}x^2 - 3x - 4 = 0$ _____

г) $-\frac{1}{3}x^2 + 2x - 3 = 0$ _____

2. Заполните таблицу:

Уравнение	Корни x_1 и x_2	$x_1 + x_2$	$x_1 \cdot x_2$
$x^2 - 4x + 3 = 0$			
$x^2 + 6x - 7 = 0$			
$x^2 - x - 12 = 0$			
$x^2 - 7x + 12 = 0$			
$x^2 + 8x + 15 = 0$			

3. Вставьте пропущенные слова так, чтобы получилось верное высказывание:

а) Сумма корней приведенного квадратного уравнения равна _____ коэффициенту, взятому с _____ знаком, а произведение корней равно _____.

б) Пусть $x^2 + px + q = 0$ приведенное квадратное уравнение, x_1 и x_2 — его корни.

Тогда $x_1 + x_2 =$ _____, $x_1 \cdot x_2 =$ _____.

4 Не решая приведенное квадратное уравнение, корни которого x_1 и x_2 , заполните таблицу:

№ п/п	Уравнение $x^2 + px + q = 0$	$x_1 + x_2$	$x_1 \cdot x_2$
1	$x^2 + 7x - 10 = 0$	-7	-10
2	$x^2 - 3x + 1 = 0$		
3	$x^2 - 18x - 91 = 0$		
4	$x^2 + 68\frac{1}{3}x - 41,7 = 0$		

5 Не решая приведенное квадратное уравнение, определите знаки его корней, заполнив таблицу:

№ п/п	Уравнение $x^2 + px + q = 0$	$-p = x_1 + x_2$	$q = x_1 \cdot x_2$	Знак корня, имеющего большую абсолютную величину	Знак корня, имеющего меньшую абсолютную величину
1	$x^2 - 16x + 11 = 0$	16	11	+	+
2	$x^2 + 16x + 11 = 0$				
3	$x^2 + x - 56 = 0$	-1	-56	-	+
4	$x^2 - x - 56 = 0$				
5	$x^2 - 2x - 15 = 0$				
6	$x^2 - 8x - 15 = 0$				
7	$x^2 - 8x + 15 = 0$				

16. Заполните таблицу, используя формулы Виета:

№ п/п	Уравнение $x^2 + px + q = 0$	x_1	x_2
1	$x^2 + 9x + 8 = 0$	-1	-8
2	$x^2 + 9x + 20 = 0$		-5
3	$x^2 + 5x - 14 = 0$	-7	
4	$x^2 + 3x + 2 = 0$		-1
5	$x^2 - 7x - 30 = 0$	-3	
6	$x^2 - 15x + 36 = 0$		12
7	$x^2 + 2x - 15 = 0$	-5	

7. Не используя формулу корней, заполните таблицу:

№ п/п	Уравнение $x^2 + px + q = 0$	p	q	x_1	x_2
1	$x^2 + px + 8 = 0$	9	8	-1	-8
2	$x^2 + px + 6 = 0$		6	-3	
3	$x^2 + px - 8 = 0$		-8	-2	
4	$x^2 + 3x + q = 0$	3		-1	
5	$x^2 + 3x + q = 0$	3		-4	
6	$x^2 + 3x + q = 0$	3		-2	
7	$x^2 - 3x + q = 0$	-3		2	
8	$x^2 - 3x + q = 0$	-3		1	
9	$x^2 + px + 8 = 0$		8	-8	

8. Составьте приведенное квадратное уравнение, корни которого x_1 и x_2 .

а) $x_1 = 2; x_2 = 5; p = -(2 + 5) = -7; q = 2 \cdot 5 = 10; x^2 - 7x + 10 = 0;$

б) $x_1 = 3; x_2 = 7; \underline{\hspace{10cm}}$

в) $x_1 = -4; x_2 = 3; \underline{\hspace{10cm}}$

- г) $x_1 = -8; x_2 = -6$; _____
- д) $x_1 = 5; x_2 = 11$; _____
- е) $x_1 = -3; x_2 = 8$; _____
- ж) $x_1 = \frac{1}{3}; x_2 = -\frac{2}{3}$; _____
- з) $x_1 = 0,25; x_2 = 5$; _____

9. Проверьте себя.

а) У какого из данных квадратных уравнений сумма корней равна -7 , а произведение равно -15 :

- 1) $x^2 - 7x + 15 = 0$; 3) $x^2 - 15x - 7 = 0$;
- 2) $x^2 + 7x - 15 = 0$; 4) $x^2 + 15x - 7 = 0$?

Ответ: _____

б) Найдите корни уравнения по формулам Виета:

- 1) $x^2 - 6x + 8 = 0$; 2) $y^2 - 10y - 39 = 0$

Ответ: _____

Ответ: _____



25. РЕШЕНИЕ ДРОБНЫХ РАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Цель ученика:

- овладеть умением решать дробные рациональные уравнения.

Универсальные учебные действия (УУД):

- регулятивные: составление плана и последовательности действий;
- коммуникативные: построение речевых высказываний;
- познавательные: структурирование знаний;
- личностные: самооценка.

1. Найдите наименьший общий знаменатель для дробей:

- а) $\frac{1}{a-3}$ и $\frac{1}{a}$ _____
- б) $\frac{12}{x-4}$ и $\frac{17}{x+4}$ _____

в) $\frac{3}{x}$ и $\frac{5-2x}{x^2+4x}$ _____

г) $\frac{10x}{x^3-1}$ и $\frac{2}{x^2+x+1}$ _____

2. Выполните действия:

а) $\frac{7}{x} \cdot 4 =$ _____

в) $\frac{1}{x^2+x} \cdot x =$ _____

б) $\frac{3}{a} \cdot 5a =$ _____

г) $\frac{4}{x+1} \cdot (x^2-1) =$ _____

3. Выполните действия:

а) $\frac{3x}{x-2} + \frac{x}{2-x} =$ _____

б) $\frac{1-5b}{3b-2} + \frac{3b-1}{2-3b} =$ _____

в) $\frac{1}{a} - \frac{1}{a-2} =$ _____

г) $\frac{1}{x^2-3x} - \frac{1}{x-3} =$ _____

4. При каких значениях x имеет смысл выражение:

а) $\frac{3x+2}{x-4}$ _____

б) $\frac{5}{x-7}$ _____

в) $\frac{4x-1}{x^2+5x+6}$ _____

г) $\frac{1}{x^2-16} + \frac{1}{x(5x-7)}$ _____

5. Решите уравнение:

а) $\frac{x-1}{2} + \frac{2x}{3} = \frac{5x}{6} \Big| \cdot 6; \quad \frac{6(x-1)}{2} + \frac{6 \cdot 2x}{3} = \frac{6 \cdot 5x}{6}; \quad 3(x-1) + 2 \cdot 2x = 5x;$

Ответ: _____

6) $\frac{5x+1}{3} - \frac{16-x}{6} = \frac{x+10}{7} + 3 \quad | \cdot 42; \quad \frac{42(5x+1)}{3} - \frac{42(16-x)}{6} = \frac{42(x+10)}{7} + 3 \cdot 42;$

Ответ: _____

в) $\frac{8z-1}{5} - \frac{3z+3}{4} = \frac{50-2z}{9} + 1;$

Ответ: _____

г) $\frac{5x-4}{3} + \frac{3x-2}{6} + \frac{2x-1}{2} = 3x-2;$

Ответ: _____

6. Заполните пропуски в алгоритме решения дробных рациональных уравнений:

При решении дробных рациональных уравнений целесообразно поступать следующим образом:

1) найти наименьший _____ дробей, входящих в уравнение;

2) _____ обе части уравнения на _____;

- 3) решить получившееся целое уравнение;
 4) исключить из его корней те, которые обращают в нуль
-

7) Решите уравнения:

$$\text{a) } \frac{x-3}{x-5} + \frac{1}{x} = \frac{x+5}{x(x-5)} \quad | \cdot x(x-5) \quad | \quad x \neq 0, x \neq 5$$

Решение:

$$\frac{x(x-5)(x-3)}{x-5} + \frac{x(x-5)}{x} = \frac{x(x-5)(x+5)}{x(x-5)};$$

$$x(x-3) + x - 5 = x + 5;$$

$$x_1 = \underline{\hspace{2cm}}; x_2 = 5 — \text{не является корнем.}$$

Ответ: -2.

$$\text{б) } \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+7} = \frac{5}{28} \quad | \cdot 28(x-3)(x+7) \quad | \quad x \neq 3, x \neq -7$$

Ответ:

$$\text{в) } \frac{14}{x^2-2x} = \frac{21}{x^2+2x} + \frac{5}{x}$$

Решение:

$$\frac{14}{x(x-2)} = \frac{21}{x(x+2)} + \frac{5}{x} \quad | \cdot x(x-2)(x+2) \quad | \quad x \neq 0, x \neq -2, x \neq 2$$

Ответ: _____

г) $\frac{4}{x-3} - x + 3 = 0$

Решение:

$$\frac{4}{x-3} - \frac{(x-3)}{1} = 0 \quad | \cdot (x-3)$$

Ответ: _____

д) $\frac{2y-1}{14y^2+7y} + \frac{8}{12y^2-3} = \frac{2y+1}{6y^2-3y}$

Решение:

Ответ: _____

8. Решите уравнения:

а) $\frac{1}{x-3} + \frac{18}{x^2-9} = \frac{x}{x+3}$

Решение:

ГЛАВА III. КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Ответ: _____

$$б) \frac{16-x^2}{8x^3+1} - \frac{2}{2x+1} = \frac{2x+1}{4x^2-2x+1}$$

Решение:

Ответ: _____

$$в) \frac{1}{x^2-10x+25} + \frac{10}{25-x^2} = \frac{1}{x+5}$$

Решение:

Ответ: _____

$$г) \frac{2}{x^2+12x+36} - \frac{12}{36-x^2} = \frac{1}{x-6}$$

Решение:

Ответ: _____

д) $\frac{x+3}{9x^2+3x+1} + \frac{3}{27x^3-1} = \frac{1}{3x-1}$

Решение:

Ответ: _____

9. Решите уравнения:

а) $\frac{x-2}{x+1} = \frac{2x+1}{x+25}$

Решение:

Ответ: _____

б) $\frac{x}{x+9} = \frac{2}{x-7}$

Решение:

Ответ: _____

в) $\frac{2x^2 + x - 15}{x + 3} = 0$

Решение: $\begin{cases} 2x^2 + x - 15 = 0 \text{ (1)} \\ x + 3 \neq 0 \end{cases}$

(1): $2x^2 + x - 15 = 0; D = \underline{\hspace{10cm}}$;

$x_{1,2} = \underline{\hspace{10cm}}; x_1 = \underline{\hspace{10cm}};$

$x_2 = -3$ — посторонний корень.

Ответ: _____

г) $\frac{3x^2 + 13x - 10}{x + 5} = 0$

Решение:

Ответ: _____

10. Решите уравнения:

а) $\left(\frac{3x}{x+2}\right)^4 - 8\left(\frac{3x}{x+2}\right)^2 - 9 = 0$

Решение: $\left(\frac{3x}{x+2}\right)^2 = t$

Ответ: -1 .

б) $\frac{x}{x^2 - 6} + \frac{x^2}{x - 6} + 2 = 0$

Решение: $\left(\frac{x}{x^2 - 6} + 1\right) + \left(\frac{x^2}{x - 6} + 1\right) = 0$

Ответ: $-4; -3; 2; 3$.

в) $\frac{x^2+3x+2}{x^2-x+2} + \frac{x}{x^2-2x+2} = 1$

Решение. $x = 0$ — корень уравнения (проверьте). Пусть далее $x \neq 0$. Разделим числитель и знаменатель каждой дроби на $x \neq 0$.

$$\frac{x+3+\frac{2}{x}}{x-1+\frac{2}{x}} + \frac{1}{x-2+\frac{2}{x}} = 1$$

Ответ: 0.

г) $\frac{1}{(x^2+3x)^2+1} + \frac{3}{(x+3)^2+1} + \frac{5}{(x^2+2x-3)^2+1} = 9$

Решение: первая дробь меньше или равна 1 (подумайте почему), вторая дробь 3, третья дробь 5. Следовательно, левая часть уравнения 9 и равенство будет выполнено если одновременно выполняются условия

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{\quad} = 0 \\ \underline{\quad} = 0 \\ \underline{\quad} = 0 \\ \underline{\quad} = 0 \end{array} \right.$$

Ответ: -3 .

11. Проверьте себя.

Решите уравнения:

а) $\frac{3}{x^2+2} = \frac{1}{x}$

Решение:

Ответ: _____

б) $\frac{2x+5}{x(x+1)} - \frac{2}{x} - \frac{3x}{x+1} = 0$

Решение:

Ответ: _____

в) $\frac{-3x}{x^2+2} = \frac{1}{x}$

Решение:

Ответ: _____

г) $\frac{1}{x} + \frac{12}{3x-x^2} = \frac{3x-5}{3-x}$

Решение:

Ответ: _____



26. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ РАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Цель ученика:

- иметь представление о составлении математической модели.

Универсальные учебные действия (УУД):

- регулятивные: составление плана и последовательности действий;
- коммуникативные: построение речевых высказываний;
- познавательные: формулировка проблемы и создание способов ее решения;
- личностные: самооценка.

1. Вычислить:

a) $\sqrt{11^2 + 60^2} =$ _____

б) $\frac{5}{\sqrt{4225}} - \sqrt{\frac{25}{169}} =$ _____

в) $-3\sqrt{0,49} + 2,6 =$ _____

2. Из города A в город B , расстояние между которыми 150 км, одновременно отправляются два автомобиля. Первый проезжает в час на 10 км больше второго и приезжает в B на полчаса раньше него. Найти скорость первого автомобиля.

Решение:

Для решения задачи внесите недостающие данные в таблицу.

	v (км/ч)	S (км)	t (ч)	
I автомобиль		150		на $\frac{1}{2}$ часа (больше, меньше)
II автомобиль	x	150		

Составим и решим уравнение:

Ответ: 60 км/ч.

3. Из города A в город B , расстояние между которыми 20 км, была отправлена грузовая машина. Через 8 мин. вслед за ней выехал автобус, который прибыл в город B одновременно с машиной. Скорость автобуса на 5 км/ч больше скорости грузовой машины. Найти скорость автобуса.

	v (км/ч)	S (км)	t (ч)	
грузовая машина	x	20		на 8 мин. = $\frac{2}{15}$ часа (больше, меньше)
автобус		20		

Составим и решим уравнение:

Ответ: 30 км/ч.

4. Скорость течения реки равна 2 км/ч. Теплоход затратил на 50 км пути по течению и 8 км против течения 3 часа. Какова собственная скорость теплохода?

Решение:

	v (км/ч)	S (км)	t (ч)	
по течению	$x + 2$	50		
против течения		8		$\left. \right\} 3$ ч.

Пусть x км/ч — собственная скорость теплохода.

Ответ:

5. Два насоса, работая одновременно, могут выкачивать воду из котлована за 3 ч 36 мин. Один первый насос затратит на эту работу на 3 ч больше, чем один второй. За какое время может выкачивать воду каждый насос?

Решение:

	N производительность (работа в единицу времени)	время $t(\text{ч})$	работа A
I насос	$\frac{1}{x+3}$	$x + 3$	1
II насос	$\frac{1}{x}$	x	1

$$A = N \cdot t$$

$$3 \text{ ч } 36 \text{ мин.} = 3 \frac{36}{60} \text{ ч.} = 3 \frac{3}{5} \text{ ч.}$$

	N	$t(\text{ч})$	A
I насос	$\frac{1}{x+3}$	$3 \frac{3}{5}$	
II насос	$\frac{1}{x}$	$3 \frac{3}{5}$	

1

Составим уравнение и решим его:

Ответ: 9 ч. и 6 ч.

6. Работая вместе, двое рабочих за час изготавливают 30 деталей. Первый рабочий изготавливает 60 деталей на 3 часа быстрее второго. Сколько деталей в час изготавливает каждый рабочий?

Решение: Пусть I рабочий изготавливает в час x деталей. Тогда II рабочий за час изготавливает () деталей. На изготовление 60 деталей I рабочий тратит часов, а II рабочий часов. Так как на изготовление 60 деталей I тратит на 3 ч меньше, чем II, то можно записать уравнение:

Ответ: 20 и 10 деталей в час.

7. Бассейн наполняется двумя трубами за 4 часа. Одна первая труба наполняет его на 6 часов быстрее, чем одна вторая. За какое время бассейн может наполниться каждой трубой в отдельности?

Решение:

Ответ: _____

8. Две машинистки, работая совместно, могут перепечатать рукопись за 8 часов. Сколько времени потребовалось бы каждой машинистке для выполнения этой работы, если одной для этого потребуется на 12 часов меньше, чем другой?

Решение:

Ответ: _____

9. Проверьте себя.

Скорость первого пешехода на 1 км/ч больше скорости второго, поэтому на путь длиной 5 км ему потребовалось на 15 мин. меньше, чем второму. Чему равны скорости пешеходов?

Решение:

	v (км/ч)	S (км)	t (ч)	
I пешеход				
II пешеход				

Ответ: _____

Глава IV. НЕРАВЕНСТВА



28. ЧИСЛОВЫЕ НЕРАВЕНСТВА

Цель ученика:

- приобрести умения работы с числовыми неравенствами.

Универсальные учебные действия (УУД):

- регулятивные: осознание качества и уровня усвоения;
- коммуникативные: построение речевых высказываний;
- познавательные: знаково-символьные действия;
- личностные: самооценка.

1. Вычислите:

а) $\sqrt{\frac{5}{12}} \cdot \sqrt{\frac{4}{5}} \cdot \sqrt{15} =$ _____

б) $\sqrt{1,96 \cdot 0,09 \cdot 0,01} =$ _____

в) $\sqrt{\frac{1}{7}} \cdot \sqrt{\frac{7}{11}} \cdot \sqrt{\frac{11}{16}} =$ _____

г) $\sqrt{1,3^2 - 1,2^2} =$ _____

2. Вставьте пропущенные буквы так, чтобы высказывание было верным.

Число a больше числа b , если разность $a - b$ _____ число, число a меньше числа b , если разность $a - b$ _____ число.

3. С помощью определения числового неравенства сравните числа:

а) $\frac{4}{5}$ и $\frac{2}{7}$

Решение: $\frac{4}{5} = \frac{28}{35}$; $\frac{2}{7} = \frac{10}{35}$. Так как $\frac{4}{5} - \frac{2}{7} \square 0$, то $\frac{4}{5} \square \frac{2}{7}$.

б) $\frac{2}{5}$ и $0,41$

Решение:

в) $-1,8$ и $-1\frac{3}{7}$

Решение:

г) $\frac{7}{11}$ и $\frac{9}{13}$

Решение:

4. Заполните таблицу:

Значение $x - y$	-8	5	0					$-b^2 - 8$	$a^2 + 9$
Сравнение x и y	$x < y$			$x = y$	$x > y$	$x < y$			

5. Докажите утверждения:

а) если $a > b$ и $c > d$, то $(a - b)(c - d) > 0$.

Доказательство. Если $a > b$, то $a - b \square 0$, если $c > d$, то $c - d \square 0$.

Поэтому произведение положительно, т.е.
 > 0 .

б) если $a < b$ и $c > d$, то $(a - b)(c - d) < 0$.

Доказательство: положительно, т.е.
 < 0 .

в) если $a < b$ и $c < d$, то $(a - b)(c - d) > 0$.

Доказательство: положительно, т.е.
 > 0 .

6. Докажите, что при любом a значение выражения $(3a + 3)(a + 7)$ меньше значения выражения $(3a + 9)(a + 5)$.

Доказательство: меньше, т.е.
 $(3a + 3)(a + 7) < (3a + 9)(a + 5)$.

7. Докажите, что при любом значении переменной верно неравенство:

а) $3(a + 2) + a + 1 < 4(3 + a)$;

Доказательство: _____

б) $(7y + 6)(7y + 8) < 49(y + 1)^2$

Доказательство: _____

в) $(c + 3)(c + 7) < (c + 4)(c + 6)$

Доказательство: _____

г) $8(x + 1)(3x - 7) < (5x - 3)^2$

Доказательство: _____

8. Сравните числа:

а) $\sqrt{37} + \sqrt{35}$ и 12

б) $4 + 2\sqrt{2}$ и $\sqrt{11} + \sqrt{13}$

в) $3 + 2\sqrt{5}$ и $\sqrt{14} + \sqrt{15}$

г) $\sqrt{15} + \sqrt{17}$ и 8

д) $\sqrt{101} + \sqrt{102}$ и $\sqrt{99} + \sqrt{104}$

9. Проверьте себя.

а) Сравните числа $\frac{3}{11}$ и $\frac{2}{13}$

б) Докажите, что $a^2 - 6a + 9 \geq 0$ при любом значении переменной a .



29. СВОЙСТВА ЧИСЛОВЫХ НЕРАВЕНСТВ

Цель ученика:

- знать свойства числовых неравенств и уметь их применять.

Универсальные учебные действия (УУД):

- регулятивные: внесение необходимых дополнений и корректив в план и способ действия;
- коммуникативные: построение речевых высказываний;
- познавательные: знаково-символические действия;
- личностные: самооценка.

1. Вычислите:

a) $|-7| + |-19| - |4| - |5| - |-9| =$ _____

b) $|(-15) - (-4) + (-2) - (1)| =$ _____

v) $\frac{0,3(88) + \frac{1}{9}}{0,13(8) + \frac{1}{36}} =$ _____

2. Прибавьте к обеим частям неравенства данное число.

Исходное неравенство	Данное число	Полученное неравенство
$15 > 7$	6	$21 > 13$
$-4 < 16$	3	
$-10 < -2$	12	
$18 > 5$	-20	
$a + 5 > a$	6	
$b - 4 < b$	-8	

3. Прибавьте к обеим частям исходного неравенства данное выражение:

Исходное неравенство	Данное число	Полученное неравенство
$5 + 2a > 7$	$4a$	
$13 - 7a < 1$	$7a$	
$3a - 1 > 5$	$-3a$	
$23 - 5a < 2$	$-4a$	
$9a - 3 > 6$	$-2a$	

4. Заполните пропуски так, чтобы получилось верное высказывание:

а) Если к обеим частям верного неравенства прибавить одно и то же число, то получится _____

б) Если обе части верного неравенства умножить или разделить на одно и то же положительное число, то получится _____

в) Если обе части верного неравенства умножить или разделить на одно и то же отрицательное число и _____ знак неравенства на _____, то получится верное неравенство.

5. Умножьте обе части исходного неравенства на данное число:

Исходное неравенство	Данное число	Полученное неравенство
$5 < 8$	2	$10 < 16$
$3 > -5$	6	
$6 > -1$	-7	
$-7 > 3$	-2	
$-14 < -2$	-3	
$-100 < 3$	-4	
$6 > -7$	5	
$10 < 20$	$\frac{1}{2}$	

6. Разделите обе части исходного неравенства на данное число:

Исходное неравенство	Данное число	Полученное неравенство
$6 < 12$	2	
$9 > 3$	-1	
$-21 < -18$	-3	
$-6 < -1$	$\frac{1}{2}$	
$15 < 21$	-3	
$100 > 12$	4	
$-6 > -100$	-2	
$-8 > -4$	$\frac{1}{3}$	

7. Известно, что $m > n$. Используя свойства числовых неравенств сравните.

- a) $-6m \square -6n$; b) $2 - m \square 2 - n$;
 б) $\frac{m}{5} \square \frac{n}{4}$; г) $3m + 10 \square 3n + 10$.

8. Известно, что $a > b$. Какое из следующих неравенств неверно?

- а) $a + 6 > b + 6$; г) $\frac{a}{4} > \frac{b}{4}$;
 б) $-7a < -7b$; д) $-a < -b$;
 в) $a - 7 < b - 7$; е) $\frac{a}{3} < \frac{b}{3}$.

Ответ: _____

9. Известно, что a, b, c, d — положительные числа, причем $a > b$, $d < b$, $c > a$. Расположите в порядке убывания числа $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \frac{1}{d}$.

Решение: _____

Ответ: _____

10. Какими числами (положительными, отрицательными) являются a и b , если известно, что верны неравенства:

- а) $a - 7 > b - 7$ и $b > 2$ _____
- б) $a - 4 > b - 4$ и $b < -10$ _____
- в) $3a > 3b$ и $b > 6$ _____
- г) $-8a > -8b$ и $b < -0,4$ _____
- д) $5a < 3a$ _____
- е) $-3b < -3b$ _____
- ж) $6a > 2a$ _____
- з) $-70b > -2b$ _____

II. Проверьте себя.

Известно, что $a > b$. Сравните:

- а) $-3a$ и $-3b$ _____
- б) $4a$ и $4b$ _____
- в) $a + 4$ и $b + 4$ _____
- г) $a - 5$ и $b - 5$ _____
- д) $9 - a$ и $9 - b$ _____



30. СЛОЖЕНИЕ И УМНОЖЕНИЕ ЧИСЛОВЫХ НЕРАВЕНСТВ

Цель ученика:

- научиться складывать и умножать числовые неравенства.

Универсальные учебные действия (УУД):

- **регулятивные:** учитывать правило в планировании и контроле способа действия;
- **коммуникативные:** построение речевых высказываний;
- **познавательные:** знаково-символические действия;
- **личностные:** самооценка.

1. Вычислить:

a) $\frac{478}{395}$

б) 17951964 | 257

в) $(\sqrt{7} - \sqrt{5})^2 + (\sqrt{7} + \sqrt{5})^2 =$

2. Вставьте пропущенные слова так, чтобы получилось верное высказывание:

- а) Если почленно сложить верные неравенства одного знака, то получится неравенство.
- б) Если почленно перемножить верные неравенства одного знака, левые и правые части которых _____ числа, то получится верное неравенство.

3. Сложите почленно неравенства:

а) $16 > 3$ и $7 > 5$

б) $-7 < -3$ и $-4 < 5$

в) $-8 < 2$ и $5 < 9$

г) $0 > -10$ и $5 > -3$

д) $-1,6 < -0,3$ и $3,7 < 21$

е) $-0,1 < 0$ и $-2,6 < 4$

4. Сложите почленно неравенства:

а) $5 > 3$ и $-2 < 1$

б) $8,3 < 12,6$ и $-4,5 > -3,8$

в) $0,7 < 4$ и $2,5 > 1,3$ г) $-4 > -7$ и $6,5 < 18$

5. Выполните умножение неравенств:

а) $3 < 5$ и $7 < 10$ б) $15 > 10$ и $5 > 2$ в) $16 > 8$ и $\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$ г) $6 < 15$ и $\frac{1}{6} < \frac{1}{5}$ д) $7 < 10$ и $3 < 6$ е) $4,5 > 1,5$ и $5 > 3$ 6. Пусть $13 < a < 15$ и $8 < b < 9$.Оцените: а) $a + b$; б) $a - b$; в) ab ; г) $\frac{a}{b}$.

Решение:

а) $13 < a < 15$
+ $8 < b < 9$

в) $13 < a < 15$
 $8 < b < 9$

б) $13 < a < 15$
- $9 < -b < -8$

г) $13 < a < 15$

$\frac{1}{9} < \frac{1}{b} < \frac{1}{8}$

$\underline{\hspace{2cm}} < a + b < \underline{\hspace{2cm}}$

$\underline{\hspace{2cm}} < a \cdot b < \underline{\hspace{2cm}}$

$\underline{\hspace{2cm}} < a - b < \underline{\hspace{2cm}}$

$\underline{\hspace{2cm}} < a \cdot \frac{1}{b} < \underline{\hspace{2cm}}$

$\underline{\hspace{2cm}} < \frac{a}{b} < \underline{\hspace{2cm}}$

$\underline{\hspace{2cm}} < \frac{a}{b} < \underline{\hspace{2cm}}$

7. Пусть $3 < a < 8$ и $16 < b < 20$.

Оцените: а) $a + b$; б) $a - b$; в) ab ; г) $\frac{a}{b}$.

Решение:

а)

в)

б)

г)

8. Известно, что $8 < a < 11$. Оцените значение выражения:

а) $0,7a$; б) $a - 18$; в) $-2a$; г) $3a + 4$.

Решение:

а)

в)

б)

г)

9. Известно, что $2,6 < \sqrt{7} < 2,7$. Оцените значение выражения:

а) $3\sqrt{7}$; б) $4+3\sqrt{7}$; в) $-\sqrt{7}$; г) $4-\sqrt{7}$.

Решение:

а)

в)

б) $\frac{1}{2}x < 10$, $x =$ _____

г) $3x + 2 > 10$, $x =$ _____

10. Верно ли, что:

- а) если $a > 6$, $b > 4$, то $ab > 24$ _____
- б) если $a < 3$, $b < 2$, то $ab < 6$ _____
- в) если $a > 5$, то $a^2 > 25$ _____
- г) если $a < 3$, то $a^2 < 9$ _____

11. С помощью знаков неравенств запишите следующие утверждения:

- а) b — положительное число _____
- б) x — отрицательное число _____
- в) b^2 — неотрицательное число _____
- г) $-x^4$ — неположительное число _____
- д) $y^2 + 6$ — положительное число _____
- е) $-7 - n^2$ — отрицательное число _____

12. Найдите наибольшее целое число, удовлетворяющее неравенству:

- а) $a < 26$, $a =$ _____
- д) $k < \frac{1}{6}$, $k =$ _____
- б) $n \leq 8$, $n =$ _____
- е) $m \leq -\frac{1}{3}$, $m =$ _____
- в) $y \leq -10$, $y =$ _____
- ж) $x < -100$, $x =$ _____
- г) $a < -3$, $a =$ _____
- з) $y \leq 0$, $y =$ _____

13. Найдите наименьшее целое число, удовлетворяющее неравенству:

- а) $a \geq 16$, $a =$ _____
- г) $y \geq -10$, $y =$ _____
- б) $a > 16$, $a = 17$ _____
- д) $k \geq -7\frac{2}{3}$, $k =$ _____
- в) $x > -10$, $x =$ _____
- е) $y > -2\frac{3}{7}$, $y =$ _____

14. Запишите условие задачи с помощью неравенств.

а) Рост Миши (h см) не превышает роста Коли, равного 172 см, но больше роста 169 см.

$$169 \square h \square 172.$$

б) Число дней в году (a) не меньше 365 и не больше 366.

$$\square a \square$$

15. Докажите, что при любых значениях переменных справедливо неравенство:

а) $3(x + 2) + x + 1 < 4(3 + x)$.

Доказательство: Найдем разность между левой и правой частями неравенства:

$$3(x + 2) + x + 1 - 4(3 + x) =$$

$$= -5 < 0. \text{ Следовательно: } 3(x + 2) + x + 1 < 4(3 + x).$$

б) $m(m + 3n) \geq 3mn$.

Доказательство:

в) $3x^2 - 9x + 5 > 3x(x - 3)$

Доказательство:

г) $(t - 3)(t + 4) < (t - 1)(t + 2)$

Доказательство:

д) $(x - 4)(x + 6) < (x - 3)(x - 1)$

Доказательство:

16. Сравните числа:

а) $\sqrt{10}$ и 3,2.

Решение: $(\sqrt{10})^2 = 10$; $(3,2)^2 = 10,24$.

Следовательно, $(\sqrt{10})^2 < (3,2)^2$ и $\sqrt{10} < 3,2$.

6) $\sqrt{6} + \sqrt{3}$ и $\sqrt{7} + \sqrt{2}$.

Решение:

$$(\sqrt{6} + \sqrt{3})^2 =$$

$$(\sqrt{7} + \sqrt{2})^2 =$$

$$9 + 2\sqrt{18} \quad \square \quad 9 + 2\sqrt{14}$$

$$2\sqrt{18} \quad \square \quad 2\sqrt{14}$$

$$\sqrt{18} \quad \square \quad \sqrt{14}$$

Следовательно,

в) $\sqrt{5} - 2$ и $\sqrt{6} - \sqrt{3}$

Решение:

г) $\sqrt{3} + 2$ и $\sqrt{6} + 1$

Решение:

17. Проверьте себя.

а) Сложите почленно неравенства:

 $16 > -7$ и $8 > 3$.

б) Перемножьте почленно неравенства:

$$8 < 12 \text{ и } \frac{1}{4} < \frac{1}{2}.$$



31. ПОГРЕШНОСТЬ И ТОЧНОСТЬ ПРИБЛИЖЕНИЯ

Цель ученика:

- научиться оценивать точность приближения.

Универсальные учебные действия (УУД):

- регулятивные: внесение необходимых корректировок в способ действия;
- коммуникативные: построение речевых высказываний;
- познавательные: владеть общим приемом решения задачи;
- личностные: самооценка.

1. Вычислить:

а) $\left(-2\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right) \cdot 96 =$ _____

б) $\sqrt{360^2 - 216^2} =$ _____

в) $\frac{(\sqrt{13} + \sqrt{7})^2}{10 + \sqrt{91}} =$ _____

2. Вставьте пропущенные слова так, чтобы получилось верное высказывание:

а) Абсолютной погрешностью приближенного значения называют _____ точного и приближенного значений.

б) Относительной погрешностью приближенного значения называется отношение _____ погрешности к _____ приближенного значения.

3. Округлите число 8,6925:

а) до единиц _____; до сотых _____;

б) до десятых _____; до тысячных _____;

4. Найдите приближенные значения заданного числа по недостатку и избытку с точностью 0,1:

а) 2,845 _____

б) 1,3(7) _____

в) $\frac{43}{48}$ _____

5. Округлите число до десятых и найдите абсолютную погрешность каждого из приближенных значений:

а) $28,37 \approx 28,4; |28,37 - 28,4| = |-0,03| = 0,03;$

б) $14,027 \approx \underline{\hspace{2cm}}, | \underline{\hspace{2cm}} | = \underline{\hspace{2cm}};$

в) $9,8576 \approx \underline{\hspace{2cm}};$

г) $128,5703 \approx \underline{\hspace{2cm}}.$

6. Найдите абсолютную погрешность приближенного значения, полученного в результате округления:

а) числа $6,84$ до единиц $\underline{\hspace{2cm}}$

б) числа 341 до десятков $\underline{\hspace{2cm}}$

в) числа $0,8516$ до десятых $\underline{\hspace{2cm}}$

г) числа $0,2971$ до сотых $\underline{\hspace{2cm}}$

7. Найти абсолютную погрешность приближения, если:

а) длина комнаты $6,4$ м, а при измерении получено $6,6$ м

б) расстояние между пунктами A и B равно $10,4$ км, а при измерении получено $10,2$ км.

8. С точностью до $0,1$ найдите относительную погрешность приближения:

а) числа $\frac{1}{3}$ числом $\frac{2}{7}$ $\underline{\hspace{2cm}}$

б) числа $\frac{1}{2}$ числом $\frac{2}{7}$ $\underline{\hspace{2cm}}$

9. С точностью до $0,1\%$ найдите относительную погрешность приближения:

а) числа $\frac{2}{9}$ числом $0,4$ $\underline{\hspace{2cm}}$

б) числа $\frac{7}{11}$ числом $0,6$ $\underline{\hspace{2cm}}$

10. Какое измерение точнее:

а) $x = (700 \pm 1)$ км или $y = (6 \pm 0,1)$ см?

Решение: для величины x относительная погрешность не превосходит $\frac{1}{700} \cdot 100\%$, т.е. $0,14\%$. Для величины y относительная погрешность не превосходит $\frac{0,1}{6} \cdot 100\%$, т.е. $1,67\%$. Качество первого измерения намного выше, чем второго.

б) $x = (0,7 \pm 0,1)$ см; $y = (150 \pm 0,1)$ см.

Решение:

11. Проверьте себя.

Найти абсолютную и относительную погрешности приближения:

а) числа $0,27$ числом $\frac{1}{4}$

б) числа $\frac{2}{5}$ числом $\frac{1}{3}$



32. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ И ОБЪЕДИНЕНИЕ МНОЖЕСТВ

Цель ученика:

- научиться находить пересечение и объединение множеств.

Универсальные учебные действия (УУД):

- регулятивные:** составление плана и последовательности действий;
- коммуникативные:** построение речевых высказываний;
- познавательные:** анализ объекта с выделением существенных и несущественных признаков;
- личностные:** самооценка.

1. Вычислите:

а) $\left(1\frac{5}{7} + 3\frac{3}{4}\right) \cdot 140 =$

б) $\sqrt{578^2 - 322^2} =$

в) $|(-17) - (-8) + (-3) - (6)| =$

2. Вставьте пропущенные слова так, чтобы получилось верное высказывание:

а) Пересечением двух множеств называют множество, состоящее из всех _____ элементов этих множеств;

б) Объединением двух множеств называют множество, состоящее из всех элементов, принадлежащих _____ из этих множеств.

3. Множество A — множество натуральных делителей числа 12, множество B — множество натуральных делителей числа 18. Задайте множества A и B перечислением элементов и найдите их пересечение и объединение.

Решение:

$$A = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}, B = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$$

$$A \cap B = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$$

$$A \cup B = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$$

4. Задайте путем перечисления элементов множество X — натуральных делителей числа 72, множество Y — натуральных делителей числа 54. Найдите пересечение и объединение этих множеств.

Решение:

5. Найдите пересечение множества корней уравнения $x^2 - 4x + 3 = 0$ с множеством корней уравнения $x^2 - 3x + 2 = 0$.

Решение:

6. Найдите пересечение и объединение:

а) множеств цифров, используемых в записи чисел 2386558 и 6753910.

Решение: _____

б) множеств букв, используемых в записи слов «параллелограмм» и «параллелепипед».

Решение: _____

Ответ: _____

7. Проверьте себя.

A — множество простых чисел, не превосходящих 30, B — множество простых двузначных чисел, не превосходящих 30. Задайте множества A и B перечислением элементов и найдите их пересечение и объединение.

Решение: _____

Ответ: _____

33. ЧИСЛОВЫЕ ПРОМЕЖУТКИ

Цель ученика:

- научиться правильно интерпретировать числовые промежутки.

Универсальные учебные действия (УУД):

- регулятивные: сличение способа действия и его результата;
- коммуникативные: построение речевых высказываний;
- познавательные: самостоятельное создание способов решения проблем;
- личностные: самооценка.

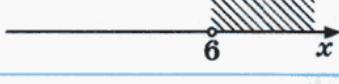
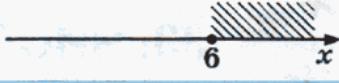
1. Вычислите:

а) $(\sqrt{18} - \sqrt{50} + \sqrt{72}) \cdot \sqrt{2} =$ _____

6) $\frac{5\sqrt{3} - \frac{2}{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}} =$

в) $\left(\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{3}{2}}\right) : \left(\sqrt{6} - \frac{1}{\sqrt{6}}\right) =$

2. Заполните таблицу:

Неравенство	Числовой промежуток	Геометрическая интерпретация
$-3 < x < 2$	$(-3; 2)$	
$-3 \leq x \leq 2$	$[-3; 2]$	
$-3 \leq x < 2$		
$-3 < x \leq 2$	$(-3; 2]$	
$x > 6$	$(6; +\infty)$	
$x \geq 6$		
$x < 10$	$(-\infty; 10)$	
$x \leq 10$	$(-\infty; 10]$	

3. Изобразите на числовой оси множество чисел, удовлетворяющих двойному неравенству:

а) $-8 < x < -2$



г) $x \leq 3$



б) $0 \leq x < 6,5$



д) $x \geq 4$



в) $-3\frac{1}{2} \leq x < 1,5$

е) $x \leq -2$



4. Изобразите на числовой оси числовые промежутки:

а) $(-5; 2)$

г) $\left(0; 3\frac{1}{2}\right]$

б) $[6; 9]$

д) $(5; +\infty)$

в) $[-10; -4]$

е) $(-\infty; 3]$

5. Укажите наибольшее целое число, принадлежащее промежутку:

а) $[-16; -10]$

г) $(-\infty; 84)$

б) $[-1; 18)$

д) $(-3; 0)$

в) $(-\infty; 44]$

е) $(0; 7)$

6. Укажите наименьшее целое число, принадлежащее промежутку:

а) $\left[-10\frac{1}{3}; -2\frac{2}{3}\right]$

г) $(-6,24; 3,7]$

б) $(-11,7; 1,06)$

д) $(-3,2; +\infty)$

в) $\left[3\frac{4}{7}; +\infty\right)$

е) $(0; 7]$

7. Какие целые числа принадлежат промежутку:

а) $[0; 7]$

г) $[-5; 4)$

б) $(-6; 1]$

д) $(-7,8; 3,9)$

в) $[-8,7; 4,5]$

е) $[-3,7; 0)$

8. Покажите штриховкой на координатной прямой объединение числовых промежутков:

а) $[-5; 1] \text{ и } [-3; 4]$



б) $(-7; 2) \text{ и } (5; 8)$



в) $(-\infty; 3) \text{ и } (9; +\infty)$

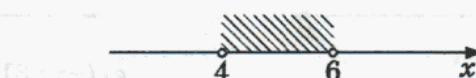


г) $[7; +\infty] \text{ и } (11; +\infty)$



9. Покажите штриховкой на координатной прямой пересечение числовых промежутков:

а) $(2; 6) \text{ и } (4; 11)$



б) $(-5; -3) \text{ и } (0; 7)$



в) $[-5; 5] \text{ и } [-8; 8]$



г) $(2; +\infty) \text{ и } (8; +\infty)$



д) $(-\infty; 6) \text{ и } (-\infty; 0)$



10. Пусть $3 < a < 9$. Оцените а) $3a$; б) $\frac{a}{3} + 1$; в) $-a$.

Решение:

а)

$$(18, 27) \text{ или } (27, 81)$$

б)

$$\left(\frac{10}{3}, 10 \right) \text{ или } \left(10, \frac{28}{3} \right)$$

в)

$$(-9, -3) \text{ или } (-3, -27)$$

11. Проверьте себя.

Заполните таблицу:

Неравенство	Числовой промежуток	Геометрическая интерпретация
$-6 < x < 2$	$(-6, 2)$	
$3 \leq x \leq 7$	$[3, 7]$	

Неравенство	Числовой промежуток	Геометрическая интерпретация
$x \geq 5$	$[5; +\infty)$	
$x > 2$	$(2; +\infty)$	
$x \leq 3$	$(-\infty; 3]$	
$x < -3$	$(-\infty; -3)$	



34. РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Цель ученика:

- научиться решать неравенства с одной переменной.

Универсальные учебные действия (УУД):

- регулятивные: учитывать правило в планировании и контроле способа решения;
- коммуникативные: контролировать действие партнера;
- познавательные: владеть общим приемом решения задачи;
- личностные: самооценка.

1. Вычислите:

a) $(\sqrt{10} + \sqrt{40} - \sqrt{90}) : \sqrt{10} =$ _____

b) $\frac{7\sqrt{5} - 8}{\sqrt{5}} =$ _____

v) $55^2 - 25 =$ _____

2. Вставьте пропущенные слова так, чтобы получилось верное высказывание:

a) Решением неравенства с одной переменной называется значение переменной, которое обращает его в _____ числовое неравенство.

б) Неравенства, имеющие одни и те же решения, называются _____.

- в) Если из одной части неравенства перенести в другую слагаемые с противоположным знаком, то получится измененное неравенство.
- г) Если обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же положительное число, то получится измененное неравенство.
- д) Если обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же отрицательное число, изменив при этом знак неравенства на противоположный, то получится измененное неравенство.

3. Решите неравенства устно и запишите ответ:

а) $x + 4 < 7$

Ответ: _____

д) $x - 3 < -5$

Ответ: _____

б) $x - 5 > 9$

Ответ: _____

е) $x + 7 < 1$

Ответ: _____

в) $2x < 8$

Ответ: _____

ж) $-4x < 16$

Ответ: _____

г) $5x > 15$

Ответ: _____

з) $-3x > -27$

Ответ: _____

4. Решите неравенства и изобразите множество его решений на числовой оси:

а) $3x + 8 < 17$

б) $2 - 3x < 20$

р) $6x - 7 > 11$

д) $3x + 8 > 1$

в) $13 - 4x > 21$

е) $7 - 5x < -10$

5. Решите неравенства:

а) $4x - 3 < 2x + 7;$

г) $x + 24 < 9x + 26;$

Ответ: _____

б) $5 - 3x < 17 - 5x;$

д) $13x + 6 \geq 14x + 4;$

Ответ: _____

в) $31 + 8x > 5x - 6;$

е) $x + 13 \leq 7x + 5;$

Ответ: _____

Ответ: _____

6. Решите неравенства:

а) $6(x - 6) > 2(x - 4);$

г) $7(y + 3) < 9(y - 1);$

Ответ: _____

Ответ: _____

б) $\frac{x-5}{4} < 2;$

д) $\frac{2x-5}{2} \geq \frac{3-x}{3};$

Ответ: _____

Ответ: _____

в) $\frac{3x-7}{6} \geq \frac{5-6x}{4};$

е) $\frac{4x+5}{8} \geq \frac{1-3x}{10};$

Ответ: _____

Ответ: _____

7. Решите неравенства:

а) $4(a+2) + 3(a+1) > 7(a+1) + 2;$

Ответ: _____

б) $7(b-1) - 3 \geq 7b;$

Ответ: _____

в) $-(8t-2) - 2(t-3) > 0;$

Ответ: _____

г) $(4x+1)^2 + (5-2x)(8x-7) > 7;$

Ответ: _____

д) $(x+5)^2 - (x-2)(x+4) \leq 8(x+1);$

Ответ: _____

e) $\frac{x-4}{4} + \frac{x-1}{3} \geq 2;$

Ответ: _____

8. Найдите наибольшее целое число, являющееся решением неравенства:

a) $5 - 6(x - 1) > 2(5 - x);$

в) $2a - 11 < a + 13;$

Ответ: _____

б) $6(2 - x) > x - 2;$

Ответ: _____

г) $2(x + 1) - 1 > 7 + 8x;$

Ответ: _____

Ответ: _____

9. Решите неравенства:

а) $\frac{3x}{7} > 1;$

в) $\frac{5a}{3} < 8;$

Ответ: _____

Ответ: _____

б) $\frac{7y}{11} > 2;$

д) $\frac{7c}{4} < 0;$

Ответ: _____

Ответ: _____

в) $\frac{2x-1}{3} \leq 1;$

е) $\frac{23-5x}{11} > 1.$

Ответ: _____

Ответ: _____

10. Найдите те значения аргумента x , при которых значения функции $y = -5x + 15$.

- а) больше 0, _____
- б) меньше 0, _____
- в) не меньше -15 , _____
- г) не больше 25, _____

11. Проверьте себя:

а) $2a - 11 > a + 13;$

Ответ: _____

г) $13x < -65;$

Ответ: _____

б) $6x - 2 \leq 7x + 8;$

Ответ: _____

д) $\frac{5y}{7} > 2;$

Ответ: _____

в) $-6x > -18;$

Ответ: _____

е) $-\frac{1}{7}x < 3$

Ответ: _____



35. РЕШЕНИЕ СИСТЕМ НЕРАВЕНСТВ С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Цель ученика:

- овладеть навыками решения систем неравенств с одной переменной.

Универсальные учебные действия (УУД):

- регулятивные: прогнозирование временных характеристик;
- коммуникативные: строить речевые высказывания;
- познавательные: владеть общим приемом решения задачи;
- личностные: самооценка.

1. Вычислите:

a) $\begin{array}{r} \times 4753 \\ \hline 268 \\ \hline \end{array}$

б) $495723648 \quad | \quad 5789$

в) $3\frac{2}{5} \cdot 2\frac{3}{7} \cdot 5 \cdot 7 =$

2. Вставьте пропущенные слова так, чтобы получилось верное высказывание:

Решением системы неравенств с одной переменной называется значение переменной, при котором верно _____ из неравенств

3. Из чисел, записанных рядом с системой неравенств, выберите те, которые являются решениями системы и заполните таблицу:

a) $\begin{cases} x+3 < 6, \\ 3-x \leq 4; \end{cases}$

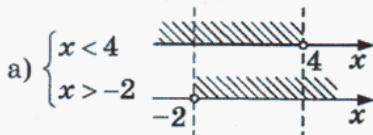
б) $\begin{cases} 3x-3 \leq 3, \\ x-4 > -3; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 4x-3 \geq 1, \\ x+8 > 4; \end{cases}$

г) $\begin{cases} x-9 < -4, \\ 2x-1 < 8; \end{cases}$

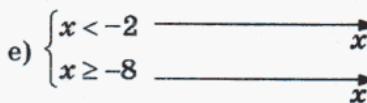
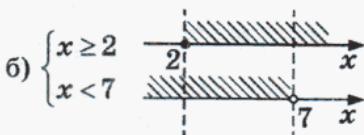
Система	а)	б)	в)	г)
данные числа	-2; -1; 0; 2	-3; 2; 1; 4	-3; 0; 1; 3	-4; 0; -1; 2
Решения 1-го неравенства	-2; -1; 0; 2			
Решения 2-го неравенства	-1; 0; 2			
Решения системы	-1; 0; 2			

4. Изобразите решения данной системы неравенств на координатной прямой и запишите ответ:



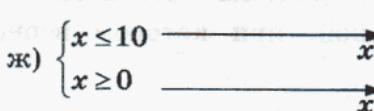
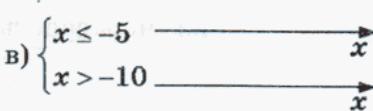
Ответ: _____

Ответ: _____



Ответ: _____

Ответ: _____



Ответ: _____

Ответ: _____



Ответ: _____

Ответ: _____

5. Решите систему неравенств:

$$\text{a)} \begin{cases} 3x > 18, \\ 2x > -6; \end{cases} \quad \begin{cases} x > 6, \\ x > -3; \end{cases}$$

Ответ: $(6; +\infty)$.

$$6) \begin{cases} 3x+9 \leq 0, \\ 4x-16 < 0; \end{cases}$$

Ответ:

$$\text{b) } \begin{cases} 5x + 10 > 0, \\ 2x - 3 < 0; \end{cases}$$

Ответ:

$$\text{r)} \begin{cases} 18 - 2x > 0, \\ 1 - x < -3; \end{cases}$$

Ответ:

6. Решите систему неравенств:

$$\text{a) } \begin{cases} x - 0,7 > 0, \\ -6x < 12; \end{cases}$$

Ответ:

$$6) \begin{cases} 1 > 4x, \\ 7x - 1 > 0; \end{cases}$$

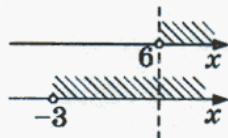
Ответ:

$$\text{B)} \begin{cases} 3-x \leq 0, \\ x-5 \leq 0; \end{cases}$$

Ответ:

$$\text{r) } \begin{cases} 0,8x - 2,4 < 0, \\ \frac{2}{3}x > 1. \end{cases}$$

Ответ: _____



ГЛАВА IV. НЕРАВЕНСТВА

7. Решите систему неравенств:

a) $\begin{cases} 0,7x + 4,2 > 0, \\ 10,4 \geq 5,2x; \end{cases}$

Ответ: _____

б) $\begin{cases} 1,3x + 3,9 \leq 0, \\ \frac{1}{8}x \geq 1; \end{cases}$

Ответ: _____

в) $\begin{cases} 0,2x > 3, \\ \frac{1}{6}x < 6; \end{cases}$

Ответ: _____

г) $\begin{cases} 3x - 6,5 \leq 0; \\ \frac{1}{4}x < -1. \end{cases}$

Ответ: _____

8. Укажите допустимые значения переменной:

а) $\sqrt{5-2x} + \sqrt{1+x};$

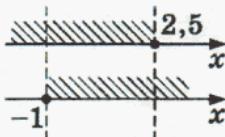
в) $\sqrt{x-1} + \sqrt{2x+6};$

б) $\sqrt{x} - \sqrt{4-x};$

г) $\sqrt{4x+8} - \sqrt{5-2x}.$

Решение:

а) $\begin{cases} 5-2x \geq 0, \\ 1+x \geq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} -2x \geq -5, \\ x \geq -1; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 2,5, \\ x \geq -1. \end{cases}$



Ответ: $[-1; 2,5].$

б) _____

Ответ: _____

в) Ответ: г) Ответ:

9. Решите систему неравенств:

$$\text{а)} \begin{cases} \frac{3x+5}{7} + \frac{10-3x}{5} > \frac{2x+7}{3} - 8, \\ \frac{7x}{3} - \frac{11(x+3)}{6} > \frac{3x-1}{5} - \frac{13-x}{2}; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} \frac{2x+1}{4} > \frac{4x-1}{3}, \\ 2x - \frac{x-1}{2} > \frac{1}{3} + 3x; \end{cases}$$

Решение:

а) Ответ: б) Ответ: 10. Найдите натуральные x , удовлетворяющие системе неравенств:

$$\begin{cases} x+3 < 4+2x, \\ 5x-3 < 4x-1. \end{cases}$$

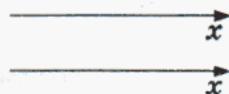
Решение: Ответ:

11. Решите двойное неравенство:

- а) $1 < 2x - 1 < 5$; в) $-7 < 5x + 3 \leq 11$,
 б) $-11 \leq 1 - 3x < -2$; г) $1 < 7 - 4x < 6$.

Решение:

а) $\begin{cases} 2x - 1 < 5, \\ 2x - 1 > 1; \end{cases}$ $\begin{cases} 2x < \underline{\hspace{2cm}}, \\ 2x > \underline{\hspace{2cm}}; \end{cases}$ $\begin{cases} x < \underline{\hspace{2cm}}, \\ x > \underline{\hspace{2cm}}; \end{cases}$

Ответ: _____

б)

Ответ: _____

в)

Ответ: _____

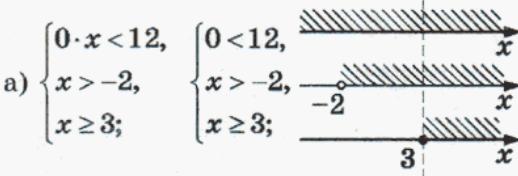
г)

Ответ: _____

12. Решите систему неравенств:

а) $\begin{cases} 0 \cdot x < 12, \\ x > -2, \\ x \geq 3; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x < 4, \\ x < 7, \\ x > 0; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x < 4, \\ x < 8, \\ x \leq -6; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 0 \cdot x > -2, \\ x \leq 7, \\ x > -1. \end{cases}$

Решение:

Ответ: $[3; +\infty)$.

б) _____

Ответ: _____

в) _____

Ответ: _____

г) _____

Ответ: _____

13. Решите задачу:

Если бы велосипедист проезжал в день на 8 км больше, чем на самом деле, то за 7 дней он проехал бы меньше 420 км. Если бы он проезжал в день на 6 км меньше, чем на самом деле, то за 14 дней он проехал бы больше 420 км. Сколько километров мог проезжать за один день этот велосипедист?

Решение:

Пусть за один день велосипедист проезжал x км. Если бы он проезжал в день на 8 км больше, т.е. _____ км, то за 7 дней он проехал бы _____ км. По условию _____ < 420 .

Если бы велосипедист проезжал в день на 6 км меньше, т.е. _____ км, то за 14 дней он проехал бы _____ км. По условию _____ > 420 .

Получим систему:

$$\left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right.$$

Ответ: Велосипедист мог проезжать за день больше _____ км, но меньше _____ км.

14. Проверьте себя.

Решите систему неравенств:

a) $\begin{cases} 4 - 2x > 1, \\ 3x + 4 < 13; \end{cases}$

Ответ: _____

б) $\begin{cases} 12 - 4x \leq 3, \\ 6x - 2 \leq 20. \end{cases}$

Ответ: _____

При решении систем неравенств нужно решить каждое из них и выделить на координатной прямой общий участок, на котором обе неравенства выполняются. В результате получим систему линейных неравенств с двумя переменными, решением которых является некоторая фигура в координатной плоскости.

Глава V. СТЕПЕНЬ С ЦЕЛЬМ ПОКАЗАТЕЛЕМ. ЭЛЕМЕНТЫ СТАТИСТИКИ



37. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТЕПЕНИ С ЦЕЛЬМ ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

Цель ученика:

- иметь представление о степени с целым отрицательным показателем.

Универсальные учебные действия (УУД):

- регулятивные: составление плана и последовательности действий;
- коммуникативные: построение речевых высказываний;
- познавательные: знаково-символьные действия;
- личностные: самооценка.

1. Вычислите:

a) $\left(\sqrt{\frac{5}{3}} - \sqrt{\frac{3}{5}}\right) : \left(\sqrt{15} + \frac{1}{\sqrt{15}}\right) =$ _____

b) $\sqrt{1\frac{120}{169}} =$ _____

b) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{8} - \sqrt{32}}{\sqrt{2}} =$ _____

2. Закончите определение:

Если $a \neq 0$ и n — целое отрицательное число, то $a^n =$ _____.

3. Воспользовавшись определением степени с отрицательным показателем, запишите в виде степени с положительным показателем, следующие выражения:

a) $2^{-3} =$ _____

e) $c^{-4} =$ _____

б) $15^{-2} =$ _____

ж) $(a - b)^{-3} =$ _____

- в) $33^{-4} =$ г) $5^{-2} =$ д) $a^{-5} =$ з) $(x+y)^{-2} =$ и) $(t-n)^{-4} =$ к) $(2a)^{-5} =$

4. Вычислите:

- а) $9 \cdot 3^{-2} =$ б) $4 \cdot 2^{-2} =$ в) $2 \cdot 3^{-1} =$ г) $3 \cdot 9^{-2} =$ д) $4 \cdot 2^{-4} =$ е) $6 \cdot 3^{-3} =$

5. Используя определение степени с отрицательным показателем, представьте дробь в виде произведения:

- а) $\frac{a}{b^3} =$ д) $\frac{(x+y)^2}{(x-y)^3} =$
 б) $\frac{c^2}{n^4} =$ е) $\frac{(a-b)^3}{c+d} =$
 в) $\frac{x}{y} =$ ж) $\frac{(m+n)^5}{(m-n)^4} =$
 г) $\frac{p^8}{q^7} =$ з) $\frac{(a+b)^2}{(b-a)^3} =$

6. Заполните таблицу:

Число	2	4	8	16	32	64	128	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{128}$	1
Данное число в виде степени числа 2													
Данное число в виде степени числа $\frac{1}{2}$													

7. Заполните таблицу:

Число	3	9	27	81	243	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{81}$	$\frac{1}{243}$	1
Данное число в виде степени числа 3											
Данное число в виде степени числа $\frac{1}{3}$											

8. Заполните таблицу:

Число	0,1	0,01	0,001	0,0001	0,00001	0,000001	1
Данное число в виде степени числа 10							

9. Вычислите:

а) $5^{-2} =$ _____

д) $(-1)^{-100} =$ _____

б) $(-3)^{-1} =$ _____

е) $(-1)^{-99} =$ _____

в) $\left(2\frac{1}{2}\right)^{-3} =$ _____

ж) $(-0,8)^{-1} =$ _____

г) $(2,125)^{-1} =$ _____

з) $\left(-\frac{3}{2}\right)^{-3} =$ _____

10. Найдите значение выражения:

а) $2^3 + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 - 2^{-2} \cdot 4 + \left((-2)^2 : \frac{1}{2}\right) : 8 =$ _____

б) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - \left(-\frac{6}{7}\right)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 : 2 =$ _____

- в) $\left((0,1)^2\right)^0 + \left(\left(\frac{1}{7}\right)^{-1}\right)^2 \cdot \frac{1}{49} \cdot \left(\left(2^2\right)^3 : 2^5\right) =$ _____
- г) $(2^{-1} + 3^{-1})(2^{-1} - 3^{-1}) + (2^{-1} \cdot 2^0)^{-4} : 2^3 =$ _____
- д) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-1} \cdot 10^{-1} + (4)^0 - (-2)^3 - (-5)^{-2} \cdot (-5)^3 =$ _____
- е) $-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \cdot (2)^{-1} - \left(\frac{7}{90}\right)^0 - (-0,5)^{-2} + \left(2\frac{1}{2}\right)^{-1} \cdot (2,5)^2 =$ _____

11. Представьте в виде дроби, не содержащей отрицательных показателей степеней выражение:

- а) $a^0 + a^{-2} =$ _____
- б) $x^{-3} - y^{-1} =$ _____
- в) $\left(\frac{1}{y^{-1}} + \frac{1}{x^{-1}}\right) \cdot (y-x)^{-1} =$ _____
- г) $(t-p)^{-2} \cdot (t^{-2} - p^{-2}) =$ _____
- д) $ab^{-1} + a^{-1}b =$ _____
- е) $(x^{-2} - y^{-2}) : (x+y) =$ _____
- ж) $(a^{-1} + b^{-1}) \cdot \left(\frac{1}{a^{-1}} + \frac{1}{b^{-1}}\right)^{-1} =$ _____

12. Проверьте себя.

а) Вычислите:

$13^{-2} =$ _____ $-17^0 + (2,8)^0 =$ _____

$$2^{-3} + 5^{-2} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \left(-\frac{2}{5}\right)^{-3} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(0,5)^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$$

б) Замените выражение равным, не содержащим степени с отрицательным показателем.

$$a^{-2} = \underline{\hspace{2cm}} \quad (ab)^{-2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$ab^{-3} = \underline{\hspace{2cm}} \quad (a+b)^{-3} = \underline{\hspace{2cm}}$$



38. СВОЙСТВА СТЕПЕНИ С ЦЕЛЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

Цель ученика:

- овладеть умениями умножать, делить и возводить в степень степени числа.

Универсальные учебные действия (УУД):

- регулятивные: прогнозирование временных характеристик;
- коммуникативные: построение речевых высказываний;
- познавательные: овладеть общим приемом решения задачи;
- личностные: самооценка.



1 Вычислите:

а) $4 \cdot 3^6 - 11 \cdot 27^2 + 7 \cdot 9^3 = \underline{\hspace{2cm}}$

б) $3 \cdot 2^6 - 8 \cdot 4^3 + 5 \cdot 8^2 = \underline{\hspace{2cm}}$

в) $\left(\frac{4}{5}\right)^4 \cdot \left(-\frac{5}{4}\right)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$



2 Допишите свойства степени с целым показателем:

а) Для каждого $a \neq 0$ и любых целых m и n :

$$a^m \cdot a^n = \underline{\hspace{2cm}},$$

$$a^m : a^n = \underline{\hspace{2cm}},$$

$$(a^m)^n = \underline{\hspace{2cm}}.$$

б) Для каждого $a \neq 0, b \neq 0$ и любого целого n :

$$(ab)^n = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underline{\hspace{10cm}}$$

3. Найдите значение выражения:

$$\text{а)} 5^{-4} \cdot 5^6 = \underline{\hspace{3cm}} \quad \text{д)} 6^{-4} : 6^{-6} = \underline{\hspace{3cm}}$$

$$\text{б)} 3^4 \cdot 3^{-2} = \underline{\hspace{3cm}} \quad \text{е)} 2^{-5} : 2 = \underline{\hspace{3cm}}$$

$$\text{в)} 10^9 \cdot 10^{-6} = \underline{\hspace{3cm}} \quad \text{ж)} 3^{-4} : 3^{-7} = \underline{\hspace{3cm}}$$

$$\text{г)} 5^{-16} \cdot 5^{18} = \underline{\hspace{3cm}} \quad \text{з)} 7^{-2} : 7^{-4} = \underline{\hspace{3cm}}$$

4. Найдите значение выражения:

$$\text{а)} (-3)^{-4} = \underline{\hspace{3cm}} \quad \text{г)} \left(\left(\frac{1}{2} \right)^{-2} \right)^2 = \underline{\hspace{3cm}}$$

$$\text{б)} (2^{-2})^{-2} = \underline{\hspace{3cm}} \quad \text{д)} \left(\left(\frac{1}{3} \right)^{-3} \right)^1 = \underline{\hspace{3cm}}$$

$$\text{в)} (5^{-4})^{-1} = \underline{\hspace{3cm}} \quad \text{е)} \left(\left(\frac{2}{7} \right)^{-1} \right)^{-2} = \underline{\hspace{3cm}}$$

5. Вычислите:

$$\text{а)} 5^{-17} \cdot 5^{19} : 5^0 = \underline{\hspace{3cm}}$$

$$\text{б)} 4^{-10} : 4^{-12} : 4^2 = \underline{\hspace{3cm}}$$

$$\text{в)} \left(\frac{1}{5} \right)^{-4} \cdot \left(\frac{1}{5} \right)^2 = \underline{\hspace{3cm}}$$

$$\text{г)} \left(\frac{1}{3} \right)^{-7} \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^9 : 3^{-1} = \underline{\hspace{3cm}}$$

$$\text{д)} (17^{-2})^2 : 17^{-5} = \underline{\hspace{3cm}}$$

$$\text{е)} 12^{-6} \cdot 12^5 : 12^3 = \underline{\hspace{3cm}}$$

$$\text{ж)} (15^{-2})^3 : 15^{-8} = \underline{\hspace{3cm}}$$

$$\text{з)} 13^0 : (13^{-2})^{-1} = \underline{\hspace{3cm}}$$

6. Представьте выражение в виде степени с основанием 3 и найдите его значение:

а) $81 \cdot 3^{-3} =$ _____

г) $\left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot 81^2 =$ _____

б) $(35)^{-2} \cdot 81^2 =$ _____

д) $\left(\frac{1}{27}\right)^{-1} \cdot 3^2 =$ _____

в) $9^{-3} : 3^{-8} =$ _____

е) $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^6\right)^{-6} : 3^{-4} =$ _____

7. Представьте выражение в виде степени с основанием 2 и найдите его значение:

а) $\frac{1}{32} \cdot 2^8 =$ _____

г) $\left(\frac{1}{64}\right)^{-1} : 2^{10} \cdot 2^0 =$ _____

б) $64 \cdot (2^{-2})^4 =$ _____

д) $16 \cdot 64 : (2^{-2})^{-5} =$ _____

в) $8^{-2} \cdot 4^3 =$ _____

е) $64^{-1} \cdot 4^3 : (2^{-3})^{-2} =$ _____

8. Вычислите:

а) $5^3 \cdot 7^5 : 35^3 = 5^3 \cdot 7^5 : (5 \cdot 7)^3 = \frac{5^3 \cdot 7^5}{5^3 \cdot 7^3} = 7^2 = 49;$

б) $5^{12} \cdot 4^8 : 20^8 =$ _____

в) $5^8 \cdot 4^5 : 20^5 =$ _____

г) $4^{13} \cdot 3^{10} : 12^9 =$ _____

д) $9^8 \cdot 2^8 : 18^6 =$ _____

е) $5^8 \cdot 3^5 : 15^4 =$ _____

ж) $2^8 \cdot 25^8 : 50^6 =$ _____

9. Найдите все натуральные числа n , удовлетворяющие условию:

а) $32 < 2^n < 128$ _____

б) $2 \cdot 16 \geq 2^n > 4$ _____

в) $9 \cdot 27 \leq 3^n \leq 243$ _____

10. Представьте в виде степени числа b выражение:

- $(b \cdot b^2)^3 =$ _____
- $b^5 : (b^2 : b) =$ _____
- $1 : b^5 =$ _____
- $b^{-2} \cdot b^3 : b^4 =$ _____
- $(b^2 \cdot b^4 \cdot b^6)(b^{-3} : b) =$ _____
- $(b^{-1} \cdot b^{-3})^{-1} =$ _____
- $(b^3 : b)^2 : (b^2 : b^3)^3 =$ _____
- $((b^{-2})^{-2})^{-2} : (b : b^{-1})^2 =$ _____

11. Запишите выражение в виде Ax^my^n , где A — действительное число, m и n — целые числа:

- $\left(\frac{1}{3}y^2 : y^3\right) \cdot y^{-2} =$ _____
- $\frac{(2y^2)^{-2} \cdot y^5}{y^3 \cdot y^{-2}} =$ _____
- $(8x^4y^{-1}) : ((2x^3y^2) \cdot x^0) =$ _____
- $3 \cdot \left(\frac{x}{y} \cdot \frac{y}{x}\right)^2 \cdot \frac{xy}{x^3y^3} =$ _____

12. Найдите все целые числа n , удовлетворяющие равенству:

- $3^{-2} \cdot 3^4 \cdot 3^n = 3^7$ _____
- $2^{-5} \cdot 2^8 \cdot 2^n = (2^6)^2$ _____
- $(3^5)^{-2} \cdot 27 : 3^{-n} : 3^{-n} = 81$ _____

13. Упростите выражение:

- $\frac{1 - b^{-1} + b^{-2}}{1 - b + b^2} =$ _____

6) $\frac{x^{-2} - y^{-2}}{y + x} =$ _____

в) $\frac{ab^{-1} - ba^{-1}}{a^{-1} + b^{-1}} =$ _____

г) $\frac{a^2 - b^2}{a^{-1} + b^{-1}} =$ _____

14. Проверьте себя.

Упростите выражение:

а) $(x^{-4})^3 \cdot x^{14} =$ _____

б) $1,5a^2b^{-3} \cdot 4a^{-3}b^4 =$ _____

в) $6^{-5} : 6^{-3} =$ _____

г) $(2^{-2})^3 \cdot 2^7 =$ _____



39. СТАНДАРТНЫЙ ВИД ЧИСЛА

Цель ученика:

- уметь приводить числа к стандартному виду.

Универсальные учебные действия (УУД):

- регулятивные:** вносить необходимые корректировки в действие после его завершения;
- коммуникативные:** построение речевых высказываний;
- познавательные:** проводить сравнение, классификацию по заданным критериям;
- личностные:** самооценка.

1. Вычислите:

а) $\begin{array}{r} 6879 \\ \times 5234 \\ \hline \end{array}$

б) $\sqrt{6646084}$

в) $-\frac{2}{5} : 0,9$

2. Закончите высказывание:

Стандартным видом числа a называют его запись в виде $\underline{\hspace{2cm}} \cdot \underline{\hspace{2cm}}^{\underline{\hspace{2cm}}}$.
 Число n называется $\underline{\hspace{2cm}}$ числа a .

3. Заполните таблицу.

Число	Стандартный вид числа	Порядок числа
100		
100000000		
0,001		
0,000001		
86000		
3700		
14		
730000		
0,0078		
0,00009		
0,00058		
0,82		
$420 \cdot 10^3$		
$0,81 \cdot 10^6$		
$0,78 \cdot 10^3$		
$621 \cdot 10^3$		
$71 \cdot 10^4$		
$0,011 \cdot 10^2$		
$1900 \cdot 10^5$		

4. Выполните действия и запишите ответ в стандартном виде:

a) $(0,3 \cdot 10^6) \cdot (1,5 \cdot 10^{-4}) = \underline{\hspace{2cm}}$

б) $(5,6 \cdot 10^{-2}) \cdot (8 \cdot 10^8) = \underline{\hspace{2cm}}$

в) $(9,2 \cdot 10^4) \cdot (0,5 \cdot 10^{-4}) =$ _____

г) $(4,5 \cdot 10^{15}) \cdot (8 \cdot 10^{-7}) =$ _____

д) $0,3 \cdot 10^5 + 1,7 \cdot 10^6 =$ _____

е) $7,8 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-4} =$ _____

5. Численность населения государства Тринидад и Тобаго составляет $13,2 \cdot 10^5$ человек, а его площадь $51,3 \cdot 10^2$ км². Вычислите плотность населения в этом государстве (в чел./км²), ответ округлите до целых.

Решение: _____

Ответ: _____

6. Сравните числа:

а) $a = (0,2 \cdot 10^{-2}) \cdot (35 \cdot 10^{-1})$ и $b = 0,006$;

Решение: _____

Ответ: _____

б) $a = \frac{4,2 \cdot 10^{-8}}{6 \cdot 10^{-5}}$ и $b = 0,006$

Решение: _____

Ответ: _____

в) $a = (3,6 \cdot 10^6) \cdot (2 \cdot 10^2)$ и $b = 700000000$

Решение: _____

Ответ: _____

7. Проверьте себя.

Представьте число в стандартном виде:

а) 98000 = _____ г) $0,0000005 =$ _____

б) 0,00236 = _____ д) $360 =$ _____

в) 258000 = _____ е) $0,00002003 =$ _____



40. СБОР И ГРУППИРОВКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Цель ученика:

- научиться обрабатывать статистические данные.

Универсальные учебные действия (УУД):

- регулятивные:** составление плана и последовательности действий;
- коммуникативные:** построение речевых высказываний;
- познавательные:** проводить сравнение и классификацию;
- личностные:** самооценка.

1. Вычислите:

а) $(m^{-6})^{-2} \cdot m^{-14}$ при $m = \frac{1}{4}$

б) $\frac{4^{-12}}{4^{-8} \cdot 4^{-2}} =$

в) $(-0,125)^2 \cdot 8^2 \cdot 10^3 =$

2. Закончите предложения:

а) Модой ряда называется число, которое _____ в данном ряду;

б) Медианой упорядоченного ряда с нечетным числом членов называется число, _____;

в) Медианой упорядоченного ряда с четным числом членов называется _____, записанных _____;

г) Размахом ряда чисел называется _____ этих чисел.

3. Найдите среднее арифметическое, размах, моду и медиану ряда чисел:

а) 17, 21, 27, 29, 51, 53, 59, 63

Решение: _____

Ответ: _____

б) 28, 43, 56, 57, 72;

Решение: _____

Ответ: _____

в) 30, 5, 23, 5, 28, 30;

Решение: _____

Ответ: _____

г) 11, 9, 7, 6, 2, 0, 1, 7, 7, 2;

Решение: _____

Ответ: _____

д) -4, -6, 0, 4, 0, 6, 8, -12;

Решение: _____

Ответ: _____

е) 1, 2, 2, 3, 0, 2, 3, 1, 1, 2;

Решение: _____

Ответ: _____

 Закинул стариk невод в реку. Пришел невод с таким уловом (в порядке вытаскивания):

Щ, О, П, П, О, К, Щ, З, Л, Щ, Л, О, О, К, Щ, К, К, О, П, П, Л, П, Л, Щ, З, П, П, О, П, О, Л, П, О, З, К, П, О, О, П, Л, З, П, К, Щ, К, О, О, О, Щ, Л, Л, Щ, К, К, О, О, Л, П, З, К, К, Щ, П, П, О, К, О, К, П, П, О, П, П, П, П, Щ, О, П, К.

Буквами обозначены: З — золотая рыбка; К — карась, Л — лещ; О — окунь; П — пескарь; Щ — щука.

а) Проведите ранжирование ряда в алфавитном порядке.

З; З; З; З; З; К; К;

б) Составьте таблицу абсолютных и относительных частот:

Вид рыб	З	К	Л	О	П	Щ	Всего
Абсолютная частота	4	14					80
Относительная частота	$\frac{4}{80} \cdot 100 \approx 5\%$	$\frac{14}{80} \cdot 100 \approx 18\%$					100

в) Какой процент пойманной рыбы составляют окунь?

г) Используя полученную стариком выборку, оцените, какие виды рыб наиболее и наименее распространены в реке, где старики закинул невод. Наиболее распространены — _____
наименее — _____

5. Учащимся восьмых классов школ города N была предложена контрольная работа по геометрии, содержащая 5 заданий. При подведении итогов составили таблицу, в которой указали число учащихся, верно выполнивших одно, два, три и т.д. заданий.

Число выполненных заданий	Число учащихся
0	—
1	25
2	51
3	85
4	221
5	144

Пользуясь этой таблицей, составьте таблицу относительных частот с точностью до 1%.

Решение: Находим общее число учащихся (сумма чисел в правом столбце); $n = 526$.

Относительные частоты вычисляем делением абсолютной частоты на 526 и умножением на 100% (с округлением).

Число выполненных заданий	0	1	2	3	4	5	Всего
Абсолютная частота	0	25					526
Относительная частота (%)	0	5					

Ответ: таблица частот.

6. В детском обувном магазине Котофей за декаду было куплено 850 пар обуви. Кладовщик Сапожков проводил статистическое исследование и с этой целью записывал размеры каждой пятой из затребованных пар. Эти числа составили следующий ряд данных:

22, 23, 15, 20, 19, 16, 19, 22, 17, 15, 18, 17, 21, 18, 20, 16, 23, 15, 22, 18, 15, 21, 17, 23, 18, 16, 21, 18, 15, 22, 20, 22, 18, 22, 16, 21, 15, 18, 21, 17, 19, 16, 20, 22, 18, 17, 22, 21, 19, 16, 18, 22, 20, 23, 21, 22, 19, 21, 20, 17, 15, 18, 21, 22, 19, 23, 20, 18, 23, 15, 19, 22, 23, 19, 22, 17, 15, 21, 24, 21, 24, 20, 17, 23, 18, 21, 23, 16, 24, 19, 23, 22, 16, 22, 14, 25, 20, 19, 18, 18, 17, 20, 23, 20, 17, 22, 23, 19, 18, 23, 20, 20, 18, 19, 24, 18, 16, 20, 23, 16, 16, 17, 20, 22, 21, 24, 23, 19, 23, 23, 14, 20, 19, 15, 15, 15, 18, 18, 23, 22, 17, 16, 16, 22, 19, 17, 15, 17, 15, 15, 20, 15, 18, 23, 19, 17, 23, 17, 15, 16, 16, 17, 16, 23, 17, 23, 24, 20, 21, 21, 19

- а) Составьте таблицу частот (до 1%).

Размер обуви	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	Всего
Абсолютная частота	15	15									170
Относительная частота (%)	9										

- б) Определите моду ряда: _____

- в) Найдите средний размер в этой выборке: _____

$$15 \cdot 15 + 16 \cdot 15 + \dots \approx \dots$$

7. Выберите 7 строк произвольного текста. Проводя подсчет букв, найдите относительную частоту появления буквы:

- а) о; б) е; в) а; г) ю.

Решение:

Ответ: а) _____ в) _____

б) _____ г) _____

8. В таблице показано распределение призывников района по росту:

Рост, см	Частота
155–160	6
160–165	10
165–170	28
170–175	36
175–180	48
180–185	26
185–190	16
190–195	8

По данным этой таблицы составьте новую таблицу с интервалом в 10 см.

Решение:

Рост, см	Частота
155–165	16
165–175	

Ответ: таблица распределения.

9. Ниже показана среднесуточная переработка сахара (в тыс. ц.) заводами сахарной промышленности некоторого региона:

- 12,0; 13,6; 14,7; 18,9; 17,3; 16,1;
20,1; 16,9; 19,1; 18,4; 17,8; 15,6;
20,8; 19,7; 19,7; 18,9; 19,0; 16,1; 15,8

а) Представьте эти данные в виде интервального ряда с интервалом длиной в 3 единицы.

б) Найдите сколько сахара в среднем перерабатывал в сутки завод: 1) заменив каждый интервал его серединой; 2) используя заданный ряд. В каком случае средняя выработка найдена точнее?

Решение:

а) Найдем размах $A = x_{\max} - x_{\min} = 20,8 - 12 = 8,8$. Так как задана ширина частичного интервала в три единицы, то все значения войдут в интервала.

Таблица распределения:

Среднесуточная переработка сахара (тыс. ц.)	12–15		18–21
Частота	3	7	

б) Найдем среднее значение суточной переработки сахара:

1) По интервальному ряду:

$$\frac{13,5 \cdot 3 + 16,5 \cdot \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}}{18} = \underline{\hspace{2cm}} \text{тыс. ц.}$$

2) По исходным данным: сумму всех значений () разделим на количество наблюдений $n = \underline{\hspace{2cm}}$, получаем:

Ответ:

10. Проверьте себя:

Имеются данные о годовых удалях молока на молочной ферме.

Годовой улей молока, л	Число коров
до 1000	2
1000–2000	8
2000–3000	23
3000–4000	13
4000–5000	2

Заменив каждый интервал его серединой, найдите средний годовой улей молока от одной коровы на этой ферме.

Решение:

$$\begin{aligned} & \text{Составим уравнение: } 10x + 10 = 2604 \\ & 10x = 2604 - 10 \\ & 10x = 2594 \\ & x = 2594 : 10 \\ & x = 259,4 \end{aligned}$$

Ответ: ≈ 2604 л.

41. НАГЛЯДНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

Цель ученика:

- научиться наглядно представлять статистическую информацию.

Универсальные учебные действия (УУД):

- регулятивные:** составление плана и последовательности действий;
- коммуникативные:** построение речевых высказываний;
- познавательные:** проводить сравнение и классификацию;
- личностные:** самооценка.

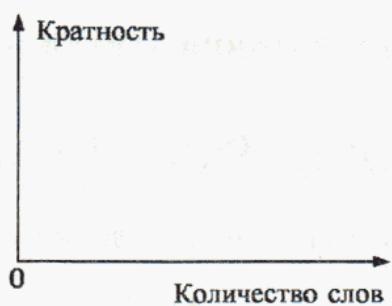
1. 60 девятиклассников проверили на скорость чтения (количество слов за минуту чтения). Полученные данные занесли в таблицу:

Количество учащихся	Скорость чтения (слов в минуту)
5	91–100
15	101–110
10	111–120
25	121–130
5	131–140

а) Постройте гистограмму.

б) Приблизительно оцените размах, моду.

Решение:



- 2) Измерив рост 50 старшеклассников в сантиметрах, записали результаты в таблицу:

149 150 150 151 151 152 152 153 154 154
 155 155 155 156 156 157 157 157 158 158
 159 159 159 159 161 161 161 162 162 162
 162 162 165 166 166 166 167 167 169 170
 171 171 173 173 173 175 176 178 180 182

Сгруппировав данные по классам 145–149, 150–154, ..., 180–184:

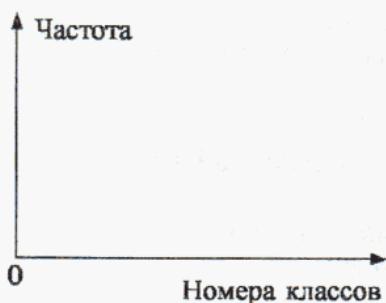
- составьте таблицу распределения частот;
- постройте полигон частот;
- постройте столбчатую диаграмму.

Решение:

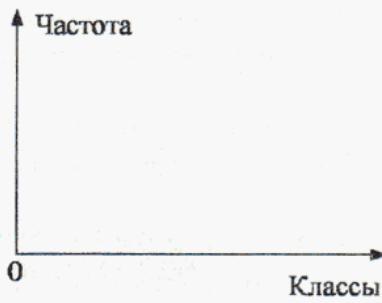
а)

Номер класса	1	2	3	4	5	6	7	8
Рост (см)	145–149							
Частота	1							

б)



в)



Учебное издание

Ерина Татьяна Михайловна

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ ПО АЛГЕБРЕ

К учебнику Ю.Н. Макарычева и др. «Алгебра. 8 класс»

8 класс

Издательство «**ЭКЗАМЕН**»

Гигиенический сертификат
№ РОСС RU. AE51. Н 16054 от 28.02.2012 г.

Главный редактор *Л.Д. Лаппо*

Редактор *И.М. Бокова*

Корректор *Н.С. Садовникова*

Дизайн обложки *А.М. Позднякова*

Компьютерная верстка *Д.А. Ярош*

105066, Москва, ул. Нижняя Красносельская, д. 35, стр. 1.

www.examen.biz

E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;

по вопросам реализации: sale@examen.biz

тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами
в ЗАО «ИПК Парето-Принт», г. Тверь, www.pareto-print.ru

**По вопросам реализации обращаться по тел.:
641-00-30 (многоканальный).**