

ГЕОМЕТРИЯ

ФГОС 

УМК

Т. М. Мищенко

Рабочая тетрадь

по геометрии

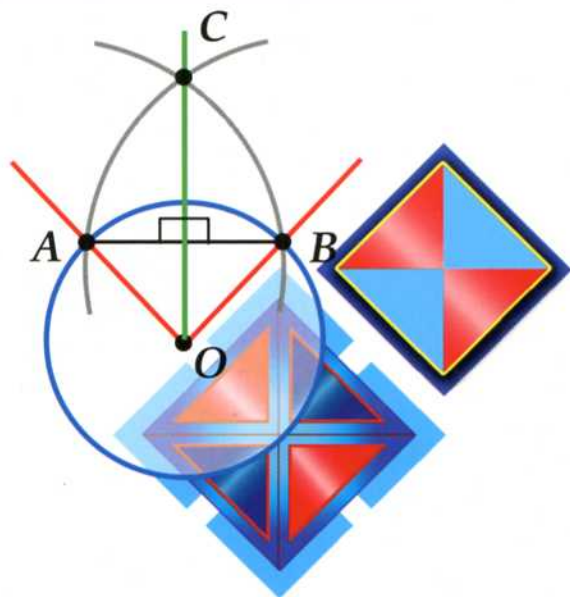
К учебнику Л. С. Атанасяна и др.
«Геометрия. 7–9 классы»

учени _____ класса _____

_____ ШКОЛЫ _____

7

класс



Учебно-методический комплект

Т. М. Мищенко

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ

по геометрии

К учебнику Л. С. Атанасяна и др.
«Геометрия. 7–9 классы» (М. : Просвещение)

7 класс

Издательство
«ЭКЗАМЕН»
МОСКВА • 2016

УДК 373:514
ББК 22.151я72
М71

Имя автора и название цитируемого издания указаны на титульном листе данной книги (ст. 1274 п. 1 части четвертой Гражданского кодекса Российской Федерации).

Мищенко Т. М.

М71 Рабочая тетрадь по геометрии: 7 класс: к учебнику Л. С. Атанасяна и др. «Геометрия. 7–9 классы». ФГОС (к новому учебнику) / Т. М. Мищенко. — М.: Издательство «Экзамен», 2016. — 93, [3] с. (Серия «Учебно-методический комплект»)

ISBN 978-5-377-09553-8

Данное пособие полностью соответствует федеральному государственному образовательному стандарту (второго поколения).

Рабочая тетрадь для 7-го класса к учебнику Л. С. Атанасяна и др. «Геометрия. 7–9 классы» рекомендуется для организации учебной деятельности учащихся на уроках и дома.

Предлагаемые в рабочей тетради задания удовлетворяют требованиям, предъявляемым ФГОС, как к обязательному уровню, так и повышенному уровню сложности. Форма заданий соответствует форме заданий Основного государственного экзамена (ОГЭ).

Использование рабочей тетради в учебном процессе позволит осуществить, во-первых, достижение каждым учеником уровня обязательной геометрической подготовки, и, во-вторых, сформировать у учащихся умение применять полученные знания как в стандартных ситуациях, так и в несколько отличных от обязательного уровня.

Использование рабочей тетради позволяет сэкономить время учителя как при подготовке к уроку, так и на самом уроке и выполнить большее число заданий с записью в тетради. А у школьников будет хороший конспект по курсу 7-го класса, который, несомненно, поможет лучшему усвоению свойств плоских фигур, методов решения задач. Кроме того, рабочая тетрадь будет полезна и родителям, которые смогут следить за уровнем теоретических знаний своего ребенка и его умением решать задачи.

Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных организациях.

УДК 373:514
ББК 22.151я72

Подписано в печать 17.12.2015. Формат 70x100/16. Гарнитура «Школьная». Бумага офсетная.
Уч.-изд. л. 3,03. Усл. печ. л. 7,8. Тираж 10 000 экз. Заказ № 5506/15.

ISBN 978-5-377-09553-8

© Мищенко Т. М., 2016
© Издательство «ЭКЗАМЕН», 2016

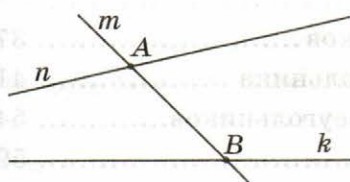
Содержание

| | |
|---|----|
| Глава I. Начальные геометрические сведения | 4 |
| §1. Прямая и отрезок | 4 |
| §2. Луч и угол | 9 |
| §3. Сравнение отрезков и углов | 12 |
| §4. Измерение отрезков | 13 |
| §5. Измерение углов | 21 |
| §6. Перпендикулярные прямые | 27 |
| Глава II. Треугольники | 37 |
| §1. Первый признак равенства треугольников | 37 |
| §2. Медианы, биссектрисы и высоты треугольника | 41 |
| §3. Второй и третий признаки равенства треугольников..... | 54 |
| §4. Задачи на построение | 59 |
| Глава III. Параллельные прямые | 65 |
| §1. Признаки параллельности прямых | 65 |
| §2. Аксиома параллельных прямых | 66 |
| Глава IV. Соотношения между сторонами и углами треугольника | 71 |
| §1. Сумма углов треугольника..... | 71 |
| §2. Соотношение между сторонами и углами треугольника | 77 |
| §3. Прямоугольный треугольник | 83 |
| §4. Построение треугольника по трем элементам | 89 |

Глава I. Начальные геометрические сведения

§1. Прямая и отрезок

1



По рисунку ответьте на вопросы:

1. На каких прямых лежит точка A ?

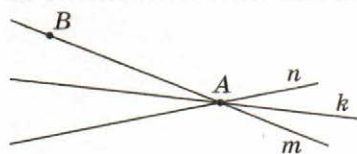
Ответ: Точка A лежит на прямых m и n .

2. Лежит ли точка B на прямой k ?

Ответ: Точка B лежит на прямой k .

Внимательно прочитайте ответы на вопросы задачи № 1 и по образцу ответьте на вопросы задач № 2–4.

2



По рисунку ответьте на вопросы:

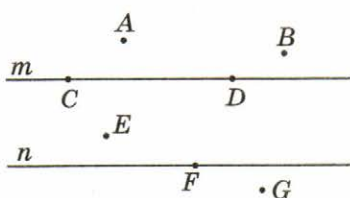
1. На каких прямых лежит точка A ?

Ответ: Точка A лежит на прямых _____

2. Лежит ли точка B на прямой n ?

Ответ: Точка B _____

3



По рисунку ответьте на вопросы:

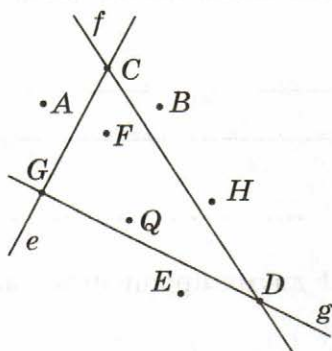
1. Через какие точки проходит прямая m ?

Ответ: Прямая m проходит через точки _____

2. Какие точки лежат на прямой n ?

Ответ: На прямой n _____

4



По рисунку ответьте на вопросы:

1. Через какие точки проходит прямая g ?

Ответ: Прямая g проходит через точки _____

2. Какие точки лежат на прямой f ?

Ответ: На прямой f лежат точки _____

3. На каких прямых лежит точка D ?

Ответ: Точка D лежит на прямых _____

5

Проведите прямую q . Отметьте точку D , лежащую на прямой q . Проведите прямую f , проходящую через точку D . Отметьте на прямой f точку H , не лежащую на прямой q . Через точку H проведите прямую e , пересекающую прямую q . Обозначьте точку пересечения прямых e и q буквой F .

6

$A \bullet$

$B \bullet$

Через точки A и B проведите прямую.

1. Всегда ли можно провести прямую?

Ответ: Прямую можно провести _____

2. Сколько прямых можно провести через точки A и B ?

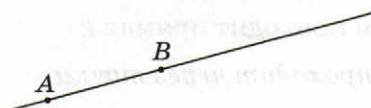
Ответ: Через точки A и B можно провести _____

7

Сколько прямых можно провести через две точки?

Ответ: Через любые две точки можно _____

8



Обозначьте прямую AB какой-либо строчной латинской буквой.

Ответ: Прямая _____

9



Обозначьте прямую k двумя прописными латинскими буквами.

Ответ: Прямая _____

10



Обозначьте прямую двумя способами.

Ответ: Прямая _____
или _____

11

Точка A принадлежит прямой CB . Различны ли прямые AB и CB ? (Сделайте рисунок к задаче.)

Решение

По условию задачи точка A принадлежит прямой CB . Значит, прямые AB и CB проходят через две общие точки A и C , а через две точки можно провести только одну прямую. Значит, прямые AB и CB не могут быть различными.

Ответ: AB и CB — разное обозначение одной прямой.

Внимательно посмотрите решение задачи № 11. Решение задачи № 12 аналогично.

12

Точки A и B принадлежат прямой q . Различны ли прямые AB и q ? (Сделайте рисунок к задаче).

Решение

По условию задачи прямые _____
 проходят через две _____,
 а через _____.
 Значит, прямые _____ и
 _____ различными.

Ответ: _____

13

Различные прямые f и e пересекаются в точке G . Прямая f проходит через точку B . Проходит ли прямая e через точку B ? (Сделайте рисунок к задаче.)

Решение

1-й способ.

Если бы прямая e проходила через точку B ,
 то через точки G и B проходили бы две пря-
 мые _____ и _____.
 А через _____ точки можно провести
 _____. По условию
 задачи прямые f и e — различные. Значит,
 прямая _____ не проходит через точку
 _____.

2-й способ.

Так как две различные прямые либо имеют одну общую точку, либо не имеют ни одной, а прямые f и e имеют общую точку G , значит, прямая e не проходит через точку B .

Внимательно посмотрите решение задач № 11–13. Решите задачу №14 самостоятельно.

14

Одна из двух пересекающихся прямых проходит через точку B , принадлежащую другой прямой. Различны ли точка B и точка пересечения данных прямых?

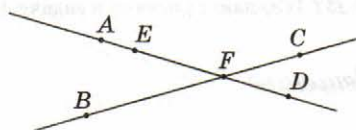
Решение

Ответ: _____

Сформулируйте определение отрезка и его концов.

Часть прямой, _____
называется отрезком. _____ концами отрезка.

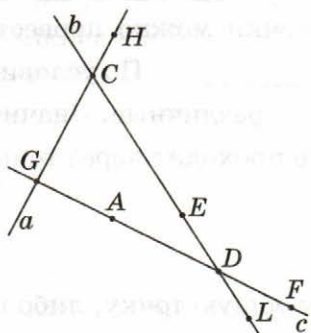
15



Назовите все отрезки, изображенные на рисунке, у которых один конец находится в точке F .

Ответ: _____

16



По рисунку ответьте на вопросы:

1. На каких отрезках лежит точка A ?

Ответ: Точка A лежит на отрезках _____

2. Какие точки лежат на отрезке CL ?

Ответ: На отрезке CL лежат точки _____

3. Лежит ли точка E на отрезке CL ?

Ответ: Точка E лежит на отрезке CL , так как она лежит между точками _____ и _____

4. Лежит ли точка E на отрезке AF ?

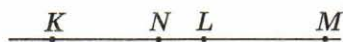
Ответ: Точка E _____, так как она _____ между точками _____ и _____.

§2. Луч и угол

Сформулируйте определение луча:

Точка _____
называется *лучом*. Точка _____
называется _____ луча.

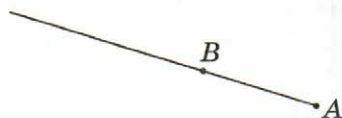
17



Назовите все лучи, изображенные на рисунке, с началом в точке N .

Ответ: Лучи _____

18



Обозначьте луч AB какой-либо строчной латинской буквой. Какая точка является начальной для данного луча?

Ответ: Луч _____
с начальной точкой _____.

19



Обозначьте луч k прописными латинскими буквами. Какая точка является начальной для данного луча?

Ответ: Луч _____
с начальной точкой _____.

20



По рисунку назовите пары лучей с началом в точках N и L , которые являются продолжением друг друга.

Ответ: Лучи: _____

Сделайте необходимые рисунки и сформулируйте определение угла и связанные с ним понятия.

Угол — это геометрическая фигура, _____

Лучи называются _____ угла,

а точка — _____ угла.

Угол называется развернутым, если _____

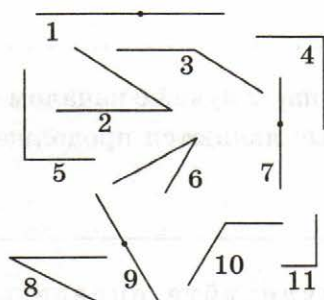
Если луч делит данный угол на два угла, то _____

21

Начертите три неразвернутых угла и обозначьте каждый из них одним из трех способов.

| | | |
|---|---|---|
| <p>1.</p> \angle _____ . | <p>2.</p> \angle _____ . | <p>3.</p> \angle _____ . |
|---|---|---|

22

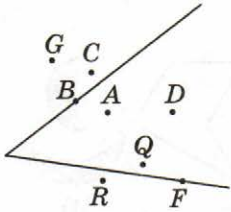


Среди углов, изображенных на рисунке, найдите все развернутые углы и запишите их номера в ответе.

Ответ: _____

Сколько неразвернутых углов образуется при пересечении двух прямых? (Сделайте рисунок.)

Ответ: При пересечении двух прямых образуется _____ неразвернутых углов.



По рисунку ответьте на вопросы:

1. Какие точки лежат во внутренней области угла?

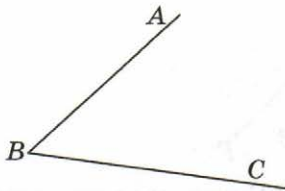
Ответ: Во внутренней области угла лежат точки _____

2. Какие точки лежат во внешней области угла?

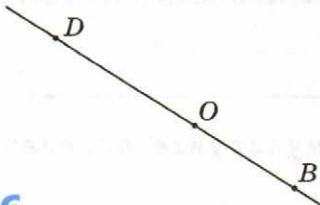
Ответ: Во внешней области угла лежат точки _____

3. Какие точки лежат на сторонах угла?

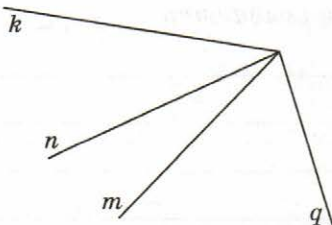
Ответ: На сторонах угла лежат точки _____



В каждом из данных углов проведите луч, который разделит его на два угла, и обозначьте его.



Ответ: Луч _____ делит \angle _____ на два угла, а луч _____ делит \angle _____ на два угла.



1. Какие углы делит луч m ?

Ответ: Луч m делит углы: _____

2. Какие лучи делят угол kq на два угла?

Ответ: Каждый из лучей _____ и _____ делит угол kq на два угла.

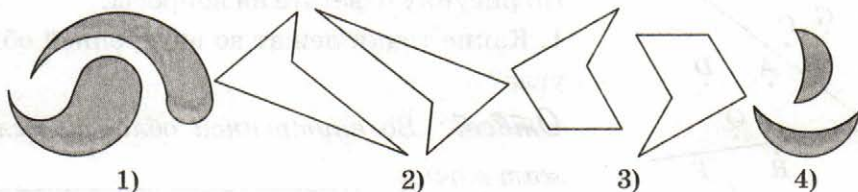
§3. Сравнение отрезков и углов

Объясните, какие две геометрические фигуры называются равными.

Две геометрические фигуры называются равными, _____

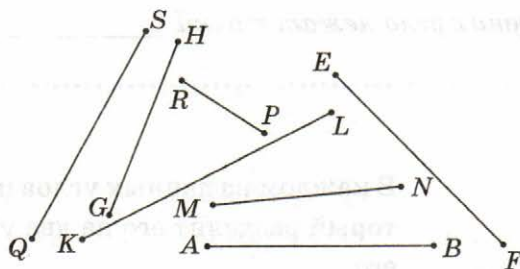
27

Какие из приведенных на рисунке пар фигур равны?



Ответ: _____

28

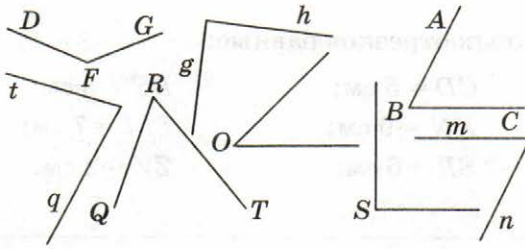


Сравните данные на рисунке отрезки с отрезком AB и запишите результаты сравнения, используя знаки $=$, $>$ и $<$.

Ответ: _____

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте определение середины отрезка.

Серединой отрезка называется _____



Сравните данные на рисунке углы с углом ABC и запишите результаты сравнения, используя знаки $=$, $>$ и $<$.

Ответ: _____

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте определение биссектрисы угла.

Биссектрисой угла называется _____

§4. Измерение отрезков

Сформулируйте свойства измерения отрезков:

Длина отрезка выражается _____ числом.

Равные отрезки имеют _____.

Если точка делит отрезок на два, то _____.

Найдите ошибку в записи длин отрезков:

- | | | |
|------------------|-------------------|------------------|
| а) $AB = 37$ см; | б) $CD = -7$ см; | в) $EF = 3$ см; |
| г) $GH = 9$ см; | д) $RQ = -13$ см; | е) $NM = -4$ см; |
| ж) $VU = 21$ см; | з) $KL = 1$ см; | и) $LM = 8$ см. |

Ответ: Ошибка допущена в записи длин отрезков _____, так как длина отрезка _____.

31

Найдите среди данных отрезков равные:

- | | | |
|--------------|--------------|--------------|
| $AB = 3$ см; | $CD = 5$ см; | $EF = 3$ см; |
| $GH = 6$ см; | $KN = 9$ см; | $LM = 7$ см; |
| $RQ = 3$ см; | $SP = 6$ см; | $ZV = 2$ см. |

Ответ: _____

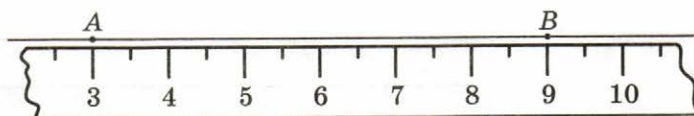
32

Найдите среди данных отрезков равные:

- | | | |
|---------------|--------------|---------------|
| $AB = 13$ см; | $CD = 5$ см; | $EF = 3$ см; |
| $GH = 6$ см; | $KN = 9$ см; | $LM = 7$ см; |
| $QR = 11$ см; | $SP = 8$ см; | $ZV = 12$ см. |

Ответ: _____

33



По рисунку определите длину отрезка AB .

Ответ: $AB =$ _____ *см.*

34

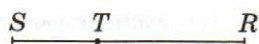


На рисунке $FE = 8$ см, $ED = 5$ см. Найдите длину отрезка FD .

Решение

Ответ: $FD =$ _____ *см.*

35

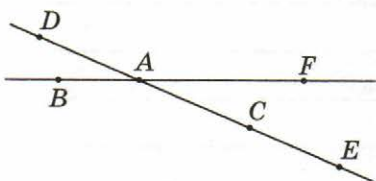


На рисунке $SR = 8$ см, $TR = 5$ см. Найдите длину отрезка ST .

Решение

Ответ: $ST =$ _____ см.

36



На рисунке $DE = 10$ см, $CD = 7$ см. Определите длину отрезка CE .

Решение

Ответ: $CE =$ _____ см.

37

Точка B лежит на прямой AF между точками A и F . Известно, что $AB = 3$ см, $BF = 7$ см. Определите длину отрезка AF (Сделайте рисунок к задаче.)

Дано: $B \in AF$; $AB = 3$ см, $BF = 7$ см.

Найти: AF .

Решение

Ответ: $AF =$ _____ см.

38

Точка B лежит на прямой AF между точками A и F . Известно, что $AB = 3$ см, $AF = 7$ см. Определите длину отрезка BF . (Запишите условие задачи и сделайте рисунок.)

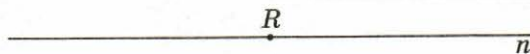
Д а н о : _____

Н а й т и : _____

Решение

Ответ: $BF =$ _____ см.

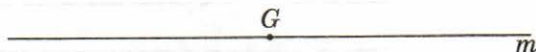
39



Сколькими способами можно отложить отрезок RP , равный 2 см, на прямой n от точки R ?

Ответ: _____ способами.

40



Сколькими способами можно отложить отрезок GF , равный 2 см, на луче m с началом в точке G ?

Ответ: _____

41

На прямой от точки A отложены отрезки $AB = 13$ см и $AC = 8$ см. Найдите длину отрезка BC . Сколько решений имеет задача? (Сделайте рисунок и запишите решение.)

Д а н о : $AB = 13$ см; $AC = 8$ см.

Н а й т и : BC .

Решение

О т в е т : $BC =$ _____ см.

42

На луче от его начальной точки A отложены отрезки $AB = 13$ см и $AC = 8$ см. Найдите длину отрезка BC . Сколько решений имеет задача? (Сделайте рисунок и запишите решение.)

Д а н о : $AB = 13$ см; $AC = 8$ см.

Н а й т и : BC .

Решение

О т в е т : $BC =$ _____ см.

На примере следующей задачи покажем, как надо правильно оформлять решение задачи по геометрии.

43

Точка E принадлежит отрезку FD . Найдите длину отрезка FD , если $FE = 7$ см, $ED = 4$ см.



Так мы рассуждаем при решении задачи

Так как точка E принадлежит отрезку FD , то она разбивает его на два отрезка FE и ED .

Значит, по свойству измерения отрезков (если точка делит отрезок на два, то длина отрезка равна сумме длин этих двух отрезков):

$$FD = FE + ED.$$

Подставив значения длин отрезков $ED = 4$ см и $FE = 7$ см, данные в условии задачи, получим: $FD = 7$ см + 4 см = 11 см.

Дано: $E \in FD$; $FE = 7$ см, $ED = 4$ см.

Найти: FD .

Так мы записываем решение задачи в тетради

Решение

$E \in FD$, значит:

$FD = FE + ED$ (по свойству измерения отрезков)

$$FD = 7 \text{ см} + 4 \text{ см} = 11 \text{ см.}$$

Ответ: $FD = 11$ см.

Внимательно посмотрите решение задачи №43. Решите задачи № 44 и № 45 самостоятельно. Записывать рассуждения, которые мы делаем по ходу решения задачи, не надо. В решениях задач № 46, 47 заполните пропуски.

Точка K принадлежит отрезку LM , равному 23 см. Найдите длины отрезков KL и KM , если отрезок KL на 5 см короче отрезка KM (Сделайте рисунок и запишите условие и решение.)

Дано: _____

Найти: _____

Решение

Ответ: _____

Точка Q принадлежит отрезку PR , равному 21 см. Найдите отрезки QP и QR , если длины отрезков QP и QR относятся как 4 : 3. (Сделайте рисунок.)

Дано: $Q \in PR$; $PR = 21$ см; $PQ : QR = 4 : 3$.

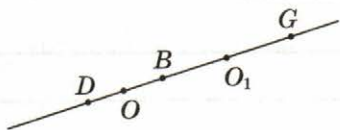
Найти: PQ и QR .

Решение

Ответ: $PQ =$ _____ см; $QR =$ _____ см.

46*

(Задача 39 из учебника, §1). На отрезке DG , длина которого равна a , отмечена точка B . Найдите расстояние между серединами отрезков DB и BG .



Д а н о : $B \in DG$; $DG = a$;

O — середина DB ;

O_1 — середина BG .

Н а й т и : OO_1 .

Решение

$B \in DG$, значит: $DG = DB + BG$ (по свойству измерения отрезков);

$O \in DB$, значит: $DB = DO + OB$ (_____);

_____ \in _____, значит: $BG = BO_1 + O_1G$ (_____);

Отсюда: $DG = DO + OB + BO_1 + O_1G$.

По условию $DO = OB$ и $BO_1 = O_1G$; тогда $DG = OB + OB + BO_1 + BO_1$;

$DG = 2(OB + BO_1) = 2OO_1 = a$; $OO_1 = \frac{1}{2}a$.

Ответ: $OO_1 = 0,5a$.

Задача №47* аналогична задаче №40 из учебника (глава 1, §1).

47*

Отрезок, равный 45 см, разделен на три неравных отрезка. Расстояние между серединами крайних отрезков равно 17 см. Найдите длину среднего отрезка.

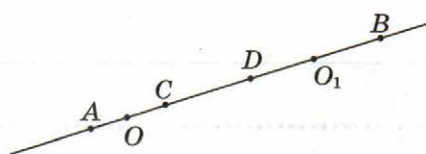
Дано: $C \in AB$; $D \in AB$;

$AB = 45$ см; $OO_1 = 27$ см;

O — середина AC ;

O_1 — середина BD .

Найти: CD .



Решение

$C \in AB$; $D \in AB$, значит: $AB = AC + CD + DB$ (по свойству измерения отрезков);

$O \in AC$ и $O_1 \in DB$, значит: $AB = AO + OO_1 + O_1B$ (_____).

По условию $AB = 45$ см и $OO_1 = 27$ см, отсюда

$AO + BO_1 = AB - OO_1 = 45$ см $- 27$ см $= 18$ см.

По условию $AO = OC$ и $DO_1 = O_1B$; тогда $AO + BO_1 = DO_1 + CO$;

$OO_1 =$ _____
(_____);

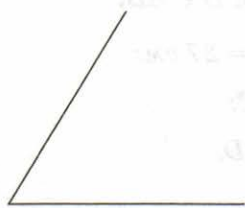
Ответ: $CD =$ _____ см.

§5. Измерение углов

Сформулируйте определение градусной меры угла.

Градусной мерой угла называется _____

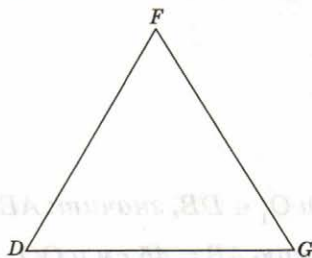
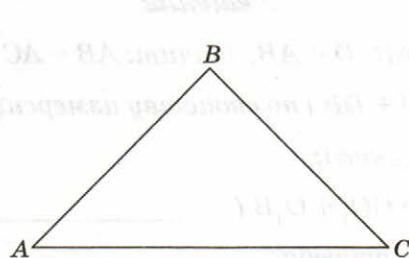
48



С помощью транспортира определите на рисунке величину угла, обозначьте угол и запишите его градусную меру.

Ответ: _____

49



С помощью транспортира найдите градусную меру углов треугольников и запишите её.

Ответ: В $\triangle ABC$: $\angle BAC =$ _____ ; $\angle ACB =$ _____ ; $\angle ABC =$ _____

В $\triangle DFG$: $\angle DFG =$ _____ ; $\angle FGD =$ _____ ; $\angle GDF =$ _____

Сформулируйте свойства измерения углов:

Градусная мера угла является _____ числом.

Равные углы имеют _____

Меньший угол имеет _____

Развернутый угол равен _____, а неразвернутый угол _____

Если луч делит угол на два угла, то _____

50

Найдите среди данных углов равные:

$\angle ABC = 30^\circ$; $\angle DEF = 23^\circ$; $\angle GHQ = 36^\circ$;

$\angle KNL = 29^\circ$; $\angle LOM = 29^\circ$; $\angle QRT = 23^\circ$;

$\angle SPR = 46^\circ$; $\angle ZVY = 21^\circ$; $\angle DSG = 30^\circ$.

Ответ: _____

51

Найдите среди данных углов равные:

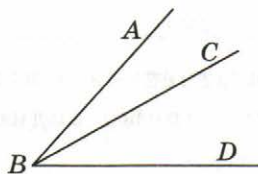
$$\angle ABC = 30^\circ; \quad \angle DEF = 23^\circ; \quad \angle GHQ = 36^\circ;$$

$$\angle KNL = 29^\circ; \quad \angle LOM = 9^\circ; \quad \angle QRT = 15^\circ;$$

$$\angle SPR = 46^\circ; \quad \angle ZVY = 21^\circ; \quad \angle DSG = 31^\circ.$$

Ответ: _____

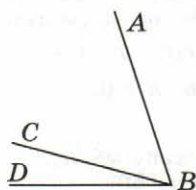
52



На рисунке $\angle ABC = 17^\circ$, а $\angle CBD = 31^\circ$.
Найдите величину угла ABD . (Решите устно.)

Ответ: $\angle ABD =$ _____

53

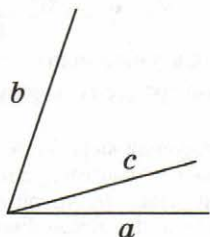


На рисунке $\angle ABD = 63^\circ$, а $\angle CBD = 15^\circ$.
Найдите величину угла ABC . (Решите устно.)

Ответ: $\angle ABC =$ _____

54

Луч c делит угол ab , равный 85° . Найдите углы ac и cb , если угол cb в четыре раза больше угла ac . (Внесите обозначения на чертеж и запишите решение.)



Дано: $\angle ab = 85^\circ$;

Луч c проходит между сторонами $\angle ab$;

$$\angle cb = 4\angle ac.$$

Найти: $\angle ac$ и $\angle cb$.

Решение

Ответ: $\angle ac =$ _____; $\angle cb =$ _____.

55

Чему равен угол между биссектрисой и стороной данного угла, равного:
а) 40° ; б) 84° ; в) 92° ; г) 76° ? (Решите устно.)

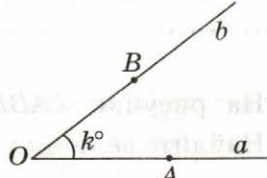
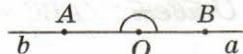
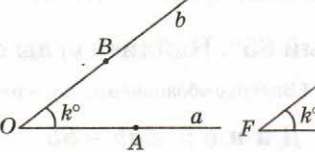
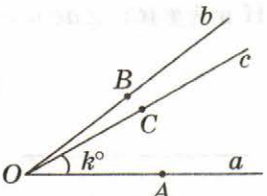
Ответ: а) _____; б) _____; в) _____; г) _____

56

Найдите угол, если его биссектриса образует со стороной угол, равный:
а) 17° ; б) 53° ; в) 29° ; г) 41° . (Решите устно.)

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____; г) _____

Теперь, после изучения свойств измерения отрезков и углов, заметим, что эти свойства аналогичны, что хорошо видно из приведенной ниже таблицы.

| | | |
|--|---|---|
| <p style="text-align: center;">A B</p> <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 0;"/> <p>Каждый отрезок имеет определенную длину, большую нуля. $AB > 0$</p> |  | <p>Каждый угол имеет определенную градусную меру, большую нуля. $\angle AOB = k^\circ > 0$ или $\angle ab = k^\circ > 0$.</p> |
| <p style="text-align: center;">A B</p> <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 0;"/> <p style="text-align: center;">b a</p> |  | <p>Развернутый угол равен 180°.</p> |
| <p style="text-align: center;">A B</p> <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 0;"/> <p style="text-align: center;">C D</p> <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 0;"/> <p style="text-align: center;">K M</p> <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 0;"/> |  | <p>Равные углы имеют равные градусные меры. Меньший угол имеет меньшую градусную меру.</p> |
| <p>Равные отрезки имеют равные длины. Меньший отрезок имеет меньшую длину.</p> | <p>Равные отрезки имеют равные длины. Меньший отрезок имеет меньшую длину.</p> | |
| <p style="text-align: center;">A C B</p> <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 0;"/> <p>Длина отрезка равна сумме длин частей, на которые он разбивается любой его точкой. $AB = AC + CB$</p> |  | <p>Градусная мера угла равна сумме градусных мер углов, на которые он разбивается любым лучом, проходящим между его сторонами. $\angle AOB = \angle AOC + \angle COB$ $\angle ab = \angle ac + \angle cb$</p> |

Решение задач № 57* и № 58* будет проще, если перед их решением посмотреть решение задач № 46* и № 47*, поскольку и решения этих задач также аналогичны.

57*

Луч k проходит между сторонами угла gh , градусная мера которого равна 2α . Найдите градусную меру угла, образованного биссектрисами углов gk и kh . (Сделайте чертеж, запишите условие и решите задачу.)

Д а н о : _____

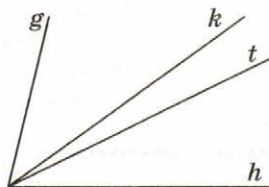
Н а й т и : _____

Решение

О т в е т : _____

58*

Лучи k и t проходят между сторонами угла gh , градусная мера которого равна 70° . Угол, образованный биссектрисами углов gk и th , равен 47° . Найдите градусную меру угла kt . (Дополните чертеж, запишите условие и решите задачу.)



Д а н о : _____

Н а й т и : _____

Решение

О т в е т : _____

59

Заполните пропуски в тексте и сделайте соответствующие рисунки.

1. Угол, равный 90° , называется

_____ углом.

$$\angle \text{_____} = 90^\circ.$$

2. Угол, меньший 90° , называется

_____ углом.

$$\angle \text{_____} < 90^\circ.$$

3. Угол, больший 90° , называется

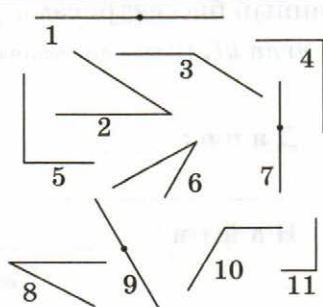
_____ углом.

$$\angle \text{_____} > 90^\circ.$$

60

Среди углов, изображенных на рисунке, найдите все острые углы и запишите их номера в ответе.

Ответ: _____



61

Среди углов, изображенных на рисунке, найдите все прямые углы и запишите их номера в ответе.

Ответ: _____

62

Среди углов, изображенных на рисунке, найдите все тупые углы и запишите их номера в ответе.

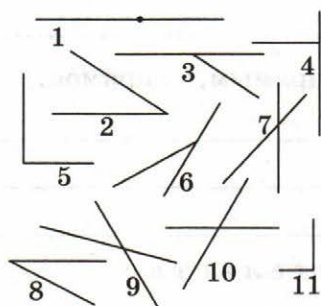
Ответ: _____

56. Перпендикулярные прямые

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте определение смежных углов.

Два угла называются смежными _____

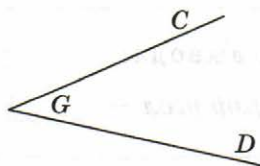
63



Среди углов, изображенных на рисунке, найдите все смежные углы и запишите номера этих рисунков в ответе.

Ответ: _____

64



Начертите угол, смежный с углом CGD . Сколько таких углов можно построить?

Ответ: _____

Свойство смежных углов: "Сумма смежных углов равна 180° ".

65

(63 учебника). Докажите, что если два угла равны, то смежные с ними углы равны.

Дано: $\angle AFK = \angle BGN$, $\angle AFC$ смежный с $\angle AFK$, $\angle BGD$ смежный с $\angle BGN$.

Доказать: $\angle AFC = \angle BGD$.

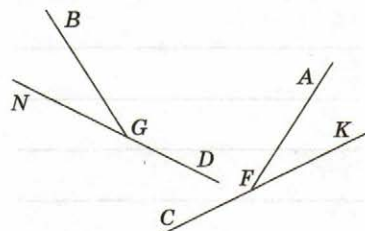
Доказательство

Пусть $\angle AFK = \angle BGN = \alpha$.

$\angle AFC = 180^\circ - \alpha$; $\angle BGD = 180^\circ - \alpha$ (по теореме о смежных углах).

Значит, $\angle AFC = \angle BGD$.

Что и требовалось доказать.



Внимательно посмотрите доказательство утверждения задачи №65. Аналогично докажите утверждение задачи №66.

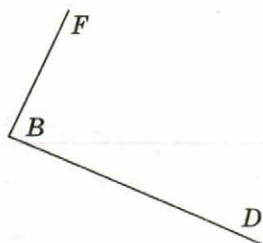
66

(60 учебника). Докажите, что угол, смежный с прямым, — прямой.

Дано: _____

Доказать: _____

Доказательство



Из решения задачи №66 можно сделать два вывода:

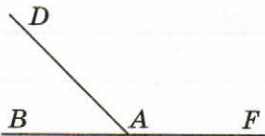
1. "Если один из смежных углов — острый, то другой угол — _____";

2. "Если один из смежных углов — тупой, то другой угол — _____";

доказательства которых аналогичны доказательству задачи №66.

67

Углы DAB и DAF — смежные. Угол DAB равен 57° . Чему равен $\angle DAF$?



Дано: $\angle DAB$ и $\angle DAF$ — смежные,
 $\angle DAB = 57^\circ$.

Найти: $\angle DAF$.

Решение

По теореме о смежных углах $\angle DAB + \angle DAF = 180^\circ$.

Отсюда $\angle DAF = 180^\circ - \angle DAB = 180^\circ - 57^\circ = 123^\circ$.

Ответ: $\angle DAF = 123^\circ$.

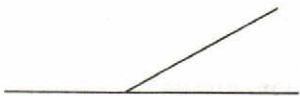
Внимательно посмотрите решение задачи №67. Решите задачи №68 и №69 самостоятельно.

68

Один из смежных углов в пять раз больше другого. Найдите больший угол. (Внесите обозначения на чертеж, запишите условие и решите задачу.)

Дано: _____

Найти: _____



Решение

Ответ: _____

69

Один из смежных углов на 100° меньше другого. Найдите меньший угол.
(Внесите обозначения на чертеж, запишите условие и решение задачи.)



Дано: _____

Найти: _____

Решение

Ответ: _____

70

Могут ли быть смежными прямой и острый углы?

Дано: $\angle \alpha$ — прямой; $\angle \beta$ — острый.

Определить: $\angle \alpha$ и $\angle \beta$ — смежные углы?

Доказательство:

Если бы $\angle \alpha$ и $\angle \beta$ были смежными углами, то по теореме о смежных углах $\angle \alpha + \angle \beta = 180^\circ$. Но по условию задачи $\angle \alpha = 90^\circ$, а $\angle \beta < 90^\circ$, отсюда $\angle \alpha + \angle \beta < 180^\circ$. Значит, $\angle \alpha$ и $\angle \beta$ не могут быть смежными углами.

Доказательство утверждения задачи № 71 аналогично доказательству задачи № 70. Внимательно посмотрите решение задачи № 70 и решите задачу № 71.

Могут ли быть смежными прямой и тупой углы?

Дано: $\angle \alpha$ — прямой; $\angle \beta$ — тупой.

Определить: $\angle \alpha$ и $\angle \beta$ — смежные углы?

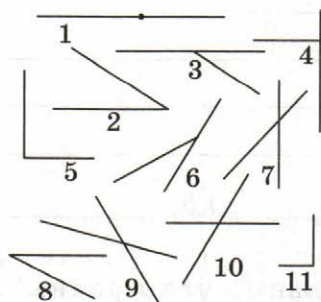
Доказательство

Ответ: $\angle \alpha$ и $\angle \beta$ _____

_____ быть смежными углами.

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте определение вертикальных углов.

Два угла называются вертикальными _____



Среди углов, изображенных на рисунке, найдите все вертикальные углы и запишите номера этих рисунков в ответе.

Ответ: _____

73

Сколько пар вертикальных углов образуется при пересечении двух прямых? (Сделайте рисунок.)

Ответ: При пересечении двух прямых образуются _____ пары вертикальных углов.

74



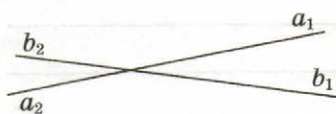
Начертите угол, вертикальный углу kh . Сколько таких углов можно построить?

Ответ: \angle _____ и \angle _____ являются вертикальными углами.

75

Угол a_1b_2 равен 147° . Найдите углы a_1b_1 и a_2b_2 (Запишите условие и решите задачу.)

Дано: _____



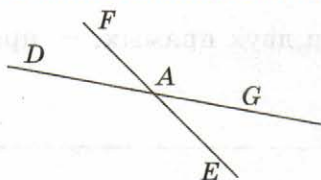
Найти: _____

Решение

Ответ: $\angle a_1b_1 =$ _____ $\angle a_2b_2 =$ _____

Свойство вертикальных углов: "Вертикальные углы равны".

76



Угол DAF равен 27° . Чему равен $\angle GAE$? (Решите устно.)

Ответ: $\angle GAE =$ _____

77

Один из углов, получившихся при пересечении двух прямых, равен 20° . Найдите остальные углы. (Решите устно.)

Ответ: _____

78

Разность двух углов, которые получаются при пересечении двух прямых, равна 36° . Найдите эти углы. (Ответ обоснуйте.)

Дано: $\angle \alpha - \angle \beta = 36^\circ$.

Найти: $\angle \alpha$ и $\angle \beta$.

Решение

Два угла, которые получаются при пересечении двух прямых, либо смежные, либо вертикальные углы. Углы $\angle \alpha$ и $\angle \beta$ не могут быть вертикальными, так как по условию они не равны: их разность равна 36° . Значит, $\angle \alpha$ и $\angle \beta$ — смежные углы.

По теореме о смежных углах $\angle \alpha + \angle \beta = 180^\circ$, а по условию задачи

$$\angle \alpha - \angle \beta = 36^\circ:$$

$$\begin{cases} \angle \alpha - \angle \beta = 36^\circ; \\ \angle \alpha + \angle \beta = 180^\circ; \end{cases} \quad \angle \alpha = 36^\circ + \angle \beta; \quad 36^\circ + \angle \beta + \angle \beta = 180^\circ; \quad 2\angle \beta = 144^\circ;$$

$$\angle \beta = 72^\circ;$$

$$\angle \alpha = 36^\circ + \angle \beta = 36^\circ + 72^\circ, \quad \angle \alpha = 108^\circ.$$

Ответ: $\angle \alpha = 108^\circ$ и $\angle \beta = 72^\circ$.

Внимательно посмотрите решение задачи № 78. Решите задачи с № 65 по № 68 из учебника (§6) самостоятельно.

79

Один из углов, получившихся при пересечении двух прямых, — прямой. Найдите остальные углы. (Решите устно.)

Ответ: _____

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте определение перпендикулярных прямых.

Две прямые называются перпендикулярными, _____

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте свойство двух прямых, перпендикулярных третьей.

В учебнике при доказательстве этого утверждения используют метод, в котором сначала предполагается обратное тому, что требуется доказать, а затем в результате доказательных рассуждений, опирающихся на свойство “через любые две точки можно провести прямую, и притом только одну”, приходят к противоречию. Этот метод довольно часто применяется в геометрии при решении задач и доказательстве теорем. Следующую задачу № 80 решим этим методом. Попробуйте применить этот метод при решении задач № 81 и № 82 самостоятельно.

Сумма двух углов равна 148° . Докажите, что эти углы не могут быть смежными.

Дано: $\angle\alpha + \angle\beta = 148^\circ$.

Определить: $\angle\alpha$ и $\angle\beta$ — смежные углы?

Доказательство:

1) Предположим, что $\angle\alpha$ и $\angle\beta$ — смежные углы.

2) По теореме о смежных углах $\angle\alpha + \angle\beta = 180^\circ$, а по условию задачи $\angle\alpha + \angle\beta = 148^\circ$.

3) Приходим к противоречию. Значит, $\angle\alpha$ и $\angle\beta$ не являются смежными углами.

Сумма двух углов равна 64° . Докажите, что эти углы не могут быть смежными.

Дано: _____

Найти: _____

Доказательство

82

Разность двух углов равна 78° . Докажите, что эти углы не могут быть вертикальными.

Дано: _____

Найти: _____

Доказательство

Угол двух углов равна 78° . Докажите, что эти углы не могут быть

Дано:

Найти:

Доказательство

Глава II. Треугольники

§1. Первый признак равенства треугольников

Сделайте необходимые рисунки и опишите понятие треугольника, элементов треугольника, понятие равенства треугольников; сформулируйте определение периметра треугольника.

Полученная геометрическая фигура называется треугольником.

_____ называются сторонами треугольника.

_____ называются вершинами треугольника.

Периметром треугольника называется _____

Два треугольника называются равными, если _____

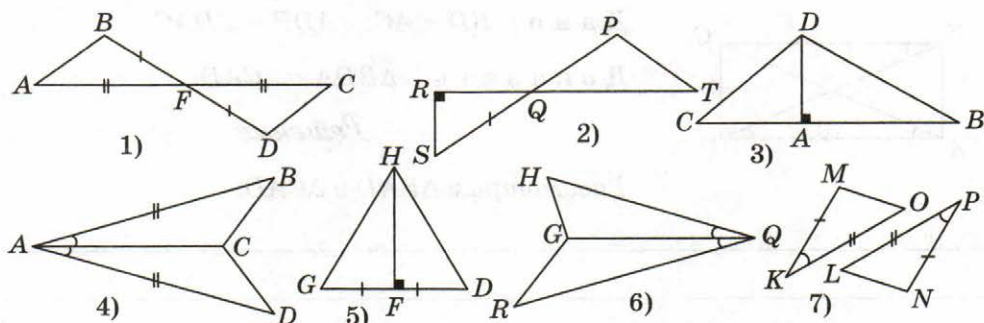
Если два треугольника равны, то _____

В равных треугольниках против _____

и обратно _____

85

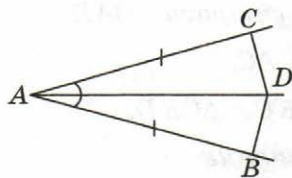
Определите, на каких рисунках есть равные треугольники, и запишите их номера в ответе.



Ответ: _____

86

Отрезок AD — биссектриса $\angle BAC$, на сторонах угла отложены равные отрезки AB и AC . Докажите равенство треугольников BAD и CAD .



Дано: AD — биссектриса $\angle BAC$;
 $AB = AC$.

Доказать: $\triangle BAD = \triangle CAD$.

Решение

Рассмотрим $\triangle BAD$ и $\triangle CAD$:

$AB = AC$ по условию;

$\angle BAD = \angle DAC$, так как AD — биссектриса;

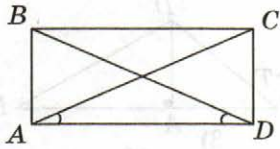
AD — общая сторона.

Следовательно, $\triangle BAD = \triangle CAD$ по двум сторонам и углу между ними.

При решении следующей задачи так же, как и при решении задачи №86, используется первый признак равенства треугольников. Внимательно просмотрите запись решения задачи №86 и запишите решение следующей задачи аналогично.

87

В треугольниках BAD и CDA стороны BD и AC , а также углы ADB и DAC — равны. Докажите равенство треугольников BAD и CDA .



Дано: $BD = AC$; $\angle ADB = \angle DAC$.

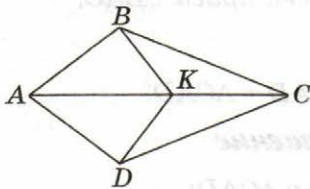
Доказать: $\triangle BDA = \triangle CAD$.

Решение

Рассмотрим $\triangle BAD$ и $\triangle CAD$:

88

Докажите, что если на данном рисунке $AB = AD$ и луч AC является биссектрисой угла BAD , то $\triangle CKD = \triangle CKB$.



Дано: AC — биссектриса $\angle BAD$;
 $AB = AD$, точка $K \in AC$.

Доказать: $\triangle BKC = \triangle CKD$.

Решение

Рассмотрим $\triangle BAC$ и $\triangle DAC$. $AB = AD$ по условию;

$\angle BAK = \angle DAK$, так как AC является биссектрисой $\angle BAD$;

AC — общая. Следовательно, $\triangle BAC = \triangle DAC$ по двум сторонам и углу между ними.

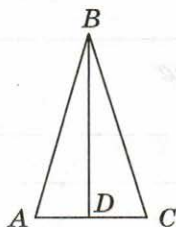
Рассмотрим $\triangle CKD$ и $\triangle CKB$: $BC = DC$, так как в равных треугольниках против равных углов лежат равные стороны;

$\angle BCK = \angle DCK$, в равных треугольниках против равных сторон лежат равные углы; CK — общая сторона. Следовательно,

$\triangle CKD = \triangle CKB$ по двум сторонам и углу между ними.

В треугольнике ABC отрезок BD соединяет вершину B с точкой D , принадлежащей стороне AC . Докажите, что если $AB = CB$ и BD является биссектрисой $\angle ABC$, то $BD \perp AC$.

Дано: _____



Доказать: _____

Решение

§2. Медианы, биссектрисы и высоты треугольника

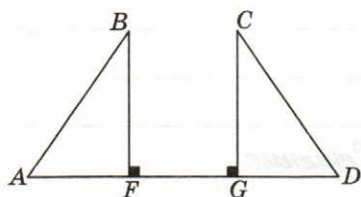
Сделайте необходимые рисунки и сформулируйте определение перпендикуляра к прямой и теорему о перпендикуляре к прямой.

Перпендикуляром к прямой называется _____

Основанием перпендикуляра называется _____

Из точки, не лежащей на прямой, _____

Равные отрезки BF и CG перпендикулярны прямой AD . Известно, что отрезки AF и GD равны. Докажите, что $\triangle ABF = \triangle DCG$.



Дано: _____

Доказать: _____

Решение

Сделайте необходимые рисунки и сформулируйте определения медианы, биссектрисы и высоты треугольника.

Медианой треугольника называется _____

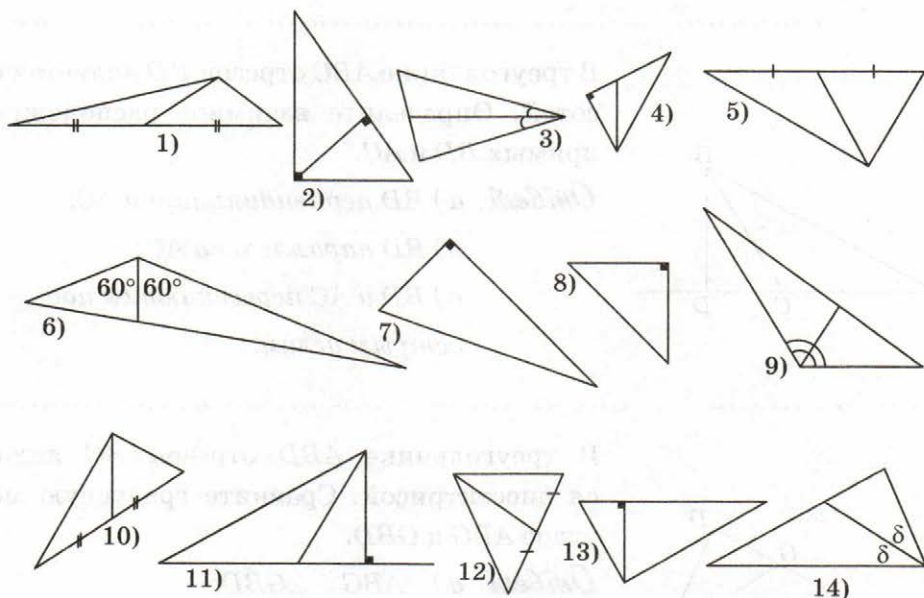
Биссектрисой треугольника называется _____

Высотой треугольника называется _____

91

Среди треугольников, изображенных на рисунке, найдите треугольники, в которых проведены высоты, и запишите их номера в ответе.

Ответ: _____



92

Среди треугольников, изображенных на рисунке, найдите треугольники, в которых проведены медианы, и запишите их номера в ответе.

Ответ: _____

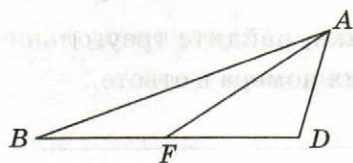
93

Среди треугольников, изображенных на рисунке, найдите треугольники, в которых проведены биссектрисы, и запишите их номера в ответе.

Ответ: _____

В задачах № 94–96 выберите правильный ответ и обведите соответствующую ему букву в предлагаемых ответах.

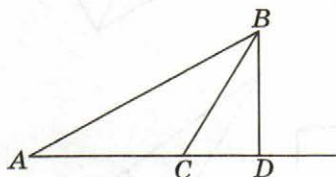
94



В треугольнике ABD отрезок AF является медианой. Сравните длины отрезков BF и FD .

Ответ: а) $BF > FD$; б) $BF < FD$; в) $BF = FD$.

95



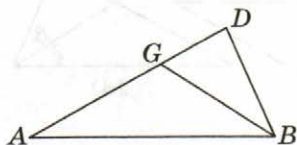
В треугольнике ABC отрезок BD является высотой. Определите взаимное расположение прямых BD и AC .

Ответ: а) BD перпендикулярна AC ;

б) BD параллельна AC ;

в) BD и AC пересекаются под острым углом.

96



В треугольнике ABD отрезок BG является биссектрисой. Сравните градусную меру углов ABG и GBD .

Ответ: а) $\angle ABG > \angle GBD$;

б) $\angle ABG = \angle GBD$;

в) $\angle ABG < \angle GBD$.

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте определения равнобедренного треугольника.

Треугольник называется равнобедренным,

97

В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна 9 см, а основание — 5 см. Вычислите периметр треугольника. (Решите устно.)

Ответ: _____

98

В равнобедренном треугольнике основание равно 7 см, а периметр равен 17 см. Вычислите боковую сторону треугольника. (Решите устно.)

Ответ: _____

99

В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна 7 см, а периметр равен 17 см. Вычислите основание треугольника. (Решите устно.)

Ответ: _____

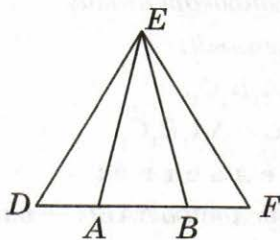
100

В равностороннем треугольнике сторона равна 7 см. Вычислите периметр треугольника. (Решите устно.)

Ответ: _____

101

В равных треугольниках DEA и FEB (см. рис.): $\angle D = \angle F$. Докажите, что $\triangle AEB$ — равнобедренный.



Дано: $\triangle DEA = \triangle FEB$; $\angle D = \angle F$.

Доказать: $\triangle AEB$ — равнобедренный.

Решение

$EA = EB$, так как в равных треугольниках DEA и FEB против равных углов:

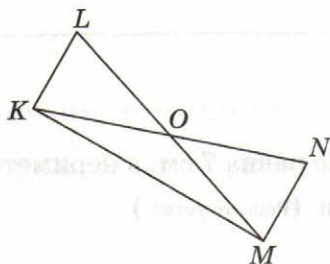
$\angle D = \angle F$ лежат равные стороны.

Значит, $\triangle AEB$ — равнобедренный по определению.

Внимательно посмотрите решение задачи № 101 и решите задачу № 102 аналогично.

102

Треугольники KOL и NOM равны, причем $\angle L = \angle N$. Докажите, что $\triangle KOM$ — равнобедренный.



Дано: _____

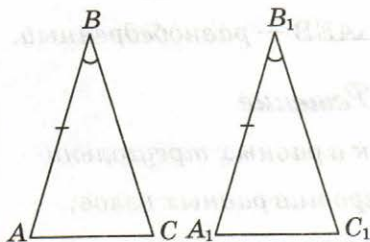
Доказать: _____

Решение

В задаче № 103 даны формулировка и доказательство первого признака равенства треугольников для равнобедренных треугольников.

103

Первый признак равенства равнобедренных треугольников: Если боковая сторона и угол при вершине, противолежащей основанию, одного равнобедренного треугольника равны боковой стороне и углу при вершине, противолежащей основанию, другого равнобедренного треугольника, то такие треугольники равны.



Дано: $\triangle ABC$ — равнобедренный;

$\triangle A_1B_1C_1$ — равнобедренный;

$AB = A_1B_1$; $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$.

Доказать: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

Доказательство:

$AB = BC$, так как по условию $\triangle ABC$ — равнобедренный;

$A_1B_1 = B_1C_1$, так как по условию $\triangle A_1B_1C_1$ — равнобедренный;

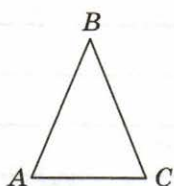
$BC = B_1C_1$, так как по условию $AB = A_1B_1$; Рассмотрим $\triangle ABC$

и $\triangle A_1B_1C_1$: $AB = A_1B_1$ по условию; $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$ по условию;

$BC = B_1C_1$ по доказанному выше. Следовательно, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ по двум сторонам и углу между ними.

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте свойство углов равнобедренного треугольника.

104



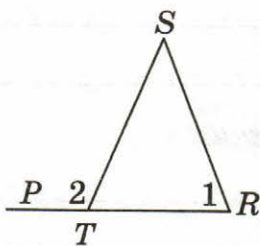
В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC угол BAC равен 67° . Определите $\angle BCA$. (Решите устно.)

Ответ: $\angle BCA =$ _____

Используя свойство углов и определение равнобедренного треугольника, а также свойства смежных и вертикальных углов, решите самостоятельно задачи № 106–108.

105

Треугольник RST — равнобедренный: $ST = SR$. Определите $\angle 1$, если $\angle 2 = 106^\circ$.



Дано: $\triangle RST$ — равнобедренный;
 $\angle 2 = 106^\circ$.

Найти: $\angle 1$.

Решение

$\angle STR$ и $\angle STP$ ($\angle 2$) — смежные, значит,
 $\angle STR + \angle 2 = 180^\circ$ по теореме о смежных углах.

Отсюда $\angle STR = 180^\circ - \angle STP$, $\angle 2 = 180^\circ - 106^\circ = 74^\circ$.

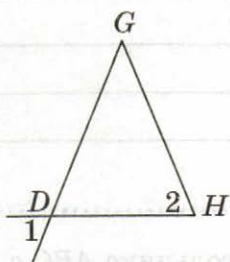
$\angle STR$ и $\angle 1$ равны по свойству углов равнобедренного треугольника.

Значит, $\angle SRT = 74^\circ$.

Ответ: $\angle 1 = 74^\circ$.

106

Треугольник DGH — равнобедренный: $GD = GH$. Определите $\angle 2$, если $\angle 1 = 63^\circ$.



Дано: _____

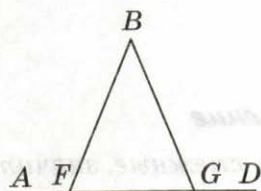
Найти: _____

Решение

Ответ: _____

107

В равнобедренном треугольнике FBG FG — основание. Докажите, что $\angle BFA = \angle BGD$.

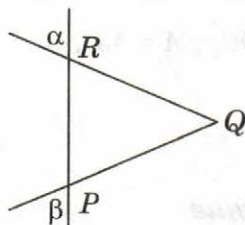


Дано: _____

Доказать: _____

Решение

На сторонах угла Q отложены равные отрезки QR и QP . Через точки R и P проведена прямая. Докажите, что $\angle \alpha = \angle \beta$.

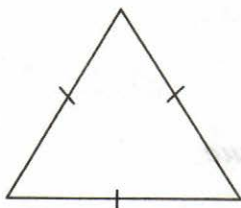


Дано: _____

Доказать: _____

Решение

(116 из учебника). Докажите, что в равностороннем треугольнике все углы равны. (Внесите обозначения на чертеж.)



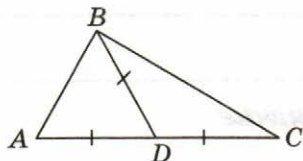
Дано: _____

Доказать: _____

Решение

110

(115 из учебника). В треугольнике ABC : $AD = BD = DC$, $\angle A = 53^\circ$, $\angle C = 37^\circ$. Найдите $\angle ABC$.



Дано: $AD = BD = DC$; $\angle A = 53^\circ$,
 $\angle C = 37^\circ$.

Найти: $\angle ABC$.

Решение

$\angle BAD = \angle ABD$, так как $AD = BD$;

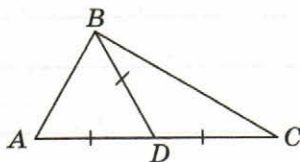
$\angle BCD = \angle DBC$, так как $BD = DC$;

$\angle ABC = \angle ABD + \angle CBD$, так как луч BD проходит внутри угла ABC ;
 $\angle ABC = 53^\circ + 37^\circ = 90^\circ$.

Ответ: $\angle ABC = 90^\circ$.

111

В треугольнике ABC : $\angle ABC = 90^\circ$, $AD = BD = DC$, $\angle BAD = 64^\circ$. Найдите $\angle DCB$.



Дано: $AD = BD = DC$; $\angle ABC = 90^\circ$,
 $\angle BAD = 64^\circ$.

Найти: $\angle DCB$.

Решение

Ответ: $\angle DCB =$ _____

(109 из учебника). Отрезок BD — медиана равнобедренного треугольника ABC , проведенная к основанию. Найдите её длину, если периметр треугольника ABC равен 50 см, а периметр $\triangle ABD$ равен 30 см. (Сделайте чертеж.)

Дано: $\triangle ABC$ — равнобедренный;

BD — медиана $\triangle ABC$; $P_{\triangle ABC} = 50$ см;

$P_{\triangle ABD} = 30$ см.

Найти: BD .

Решение

Ответ: $BD =$ _____ см.

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте свойство биссектрисы, медианы и высоты равнобедренного треугольника.

В равнобедренном треугольнике биссектриса

В равнобедренном треугольнике медиана

В равнобедренном треугольнике высота

113

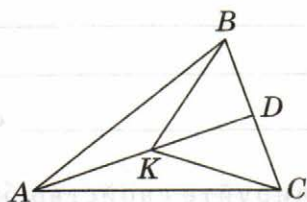


Отрезок BK — биссектриса равнобедренного треугольника ABC , проведенная к основанию AC . Найдите AK , если $AC = 46$ см. (Решите устно.)

Ответ: $AK =$ _____ см.

114

В равнобедренном треугольнике ABC проведена биссектриса AD к основанию BC . Докажите равенство треугольников BDK и CDK , где K — произвольная точка отрезка AD .



Дано: $\triangle ABC$ — равнобедренный треугольник, BC — основание; AD — биссектриса; $K \in AD$.

Доказать: $\triangle BDK = \triangle CDK$.

Доказательство:

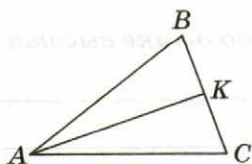
Рассмотрим $\triangle KDB$ и $\triangle KDC$:

$\angle BDA = \angle CDA$, так как биссектриса равнобедренного треугольника, проведенная к основанию, является высотой;

$BD = CD$, так как биссектриса равнобедренного треугольника, проведенная к основанию, является медианой; KD — общая сторона.

Следовательно, $\triangle BDK = \triangle CDK$ по двум сторонам и углу между ними.

115



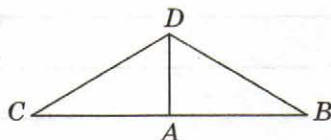
Отрезок AK — высота равнобедренного треугольника BAC , проведенная к основанию BC . Найдите $\angle BAK$ и $\angle BKA$, если $\angle BAC = 46^\circ$. (Решите устно.)

Ответ: $\angle BAK =$ _____; $\angle BKA =$ _____.

116

Отрезок DA — медиана равнобедренного треугольника BDC , проведенная к основанию CB . Найдите углы $\triangle ADC$, если $\angle BDC = 120^\circ$, $\angle DBC = 30^\circ$. (Отметьте на чертеже равные элементы, запишите условие.)

Дано: _____



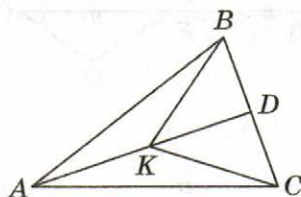
Найти: $\angle DCA$; $\angle ADC$; $\angle CAD$.

Решение

Ответ: $\angle DCA =$ _____; $\angle ADC =$ _____;
 $\angle CAD =$ _____.

117

В равнобедренном треугольнике ABC проведена медиана AD к основанию CB . Докажите равенство треугольников ABK и ACK , где K — произвольная точка отрезка AD .



Дано: $\triangle ABC$ — равнобедренный треугольник,
 BC — основание; AD — медиана; $K \in AD$.

Доказать: $\triangle ABK = \triangle ACK$.

Доказательство:

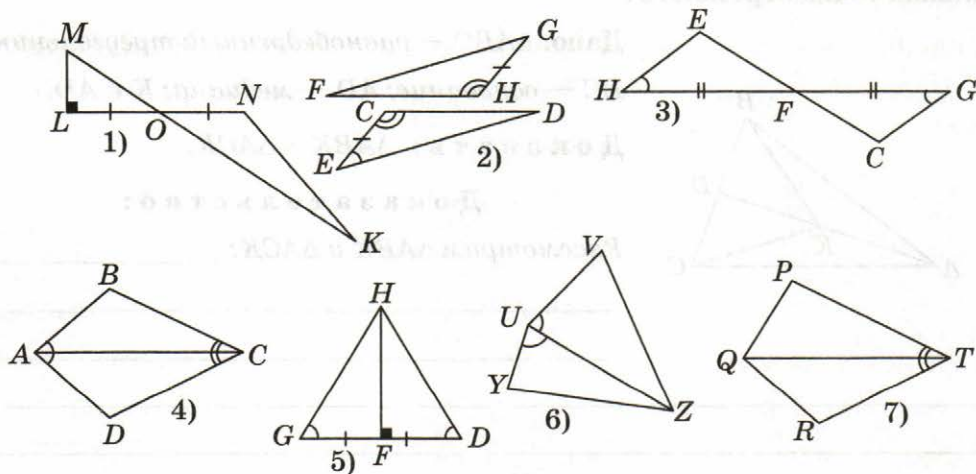
Рассмотрим $\triangle ABK$ и $\triangle ACK$: _____

§3. Второй и третий признаки равенства треугольников

Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте второй признак равенства треугольников по стороне и прилежащим к ней углам.

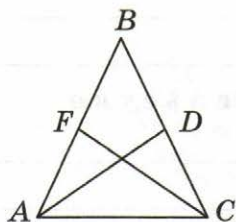
118

Определите, на каких рисунках есть равные треугольники, и запишите их номера в ответе.



Ответ: _____

В равнобедренном треугольнике ABC отрезки AD и CF — биссектрисы углов при основании CAB и ACB соответственно. Докажите равенство треугольников ADC и CFA . (Отметьте на рисунке равные элементы треугольников.)



Дано: AD — биссектриса $\angle CAB$;

CF — биссектриса $\angle ACB$.

Доказать: $\triangle ADC = \triangle CFA$.

Доказательство:

$\angle CAB = \angle ACB$, так как $\triangle ABC$ — равнобедренный. $\angle CAD = \angle FAD$, так как

AD — биссектриса $\angle CAB$;

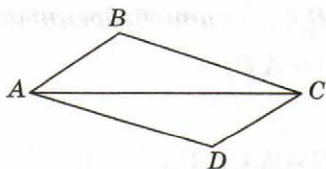
$\angle ACF = \angle DCF$, так как CF — биссектриса $\angle ACB$;

$\angle CAD = \angle FAD = \angle ACF = \angle DCF$, так как $\angle CAB = \angle ACB$; отсюда

$\angle CAD = \angle ACF$. Рассмотрим $\triangle ADC$ и $\triangle CFA$: $\angle CAD = \angle ACF$ по доказанному выше; $\angle CAB = \angle ACB$ по условию; AC — общая сторона.

Следовательно, $\triangle ADC = \triangle CFA$ по стороне и прилежащим к ней углам.

Докажите равенство треугольников BAC и DCA , если $\angle CAB = \angle ACD$, $\angle CAD = \angle ACB$. (Отметьте на рисунке равные элементы треугольников, данные в условии, и решите задачу.)



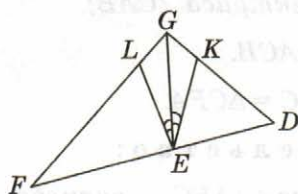
Дано: $\angle CAB = \angle ACD$; $\angle CAD = \angle ACB$.

Доказать: $\triangle BAC = \triangle DCA$.

Доказательство

121

Отрезок GE — биссектриса $\angle FGD$, $\angle LEG = \angle KEG$. Докажите равенство треугольников LEG и KEG . (Отметьте на чертеже равные элементы, запишите условие и решите задачу.)



Дано: _____

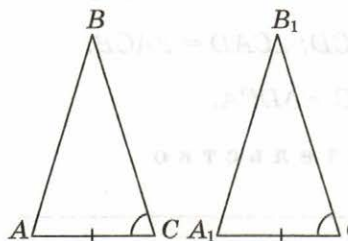
Доказать: _____

Доказательство

В задаче №103 были даны формулировка и доказательство первого признака равенства треугольников для равнобедренных треугольников. В задаче №122 дана формулировка второго признака равенства треугольников для равнобедренных треугольников. Докажите второй признак равенства равнобедренных треугольников.

122

(134 учебника). Второй признак равенства равнобедренных треугольников: *Если основание и угол при основании одного равнобедренного треугольника равны основанию и углу при основании другого равнобедренного треугольника, то такие треугольники равны.*



Дано: $\triangle ABC$ — равнобедренный;
 AC — основание; $\triangle A_1B_1C_1$ — равнобедренный;
 A_1C_1 — основание; $AC = A_1C_1$;
 $\angle BCA = \angle B_1C_1A_1$.

Доказать: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

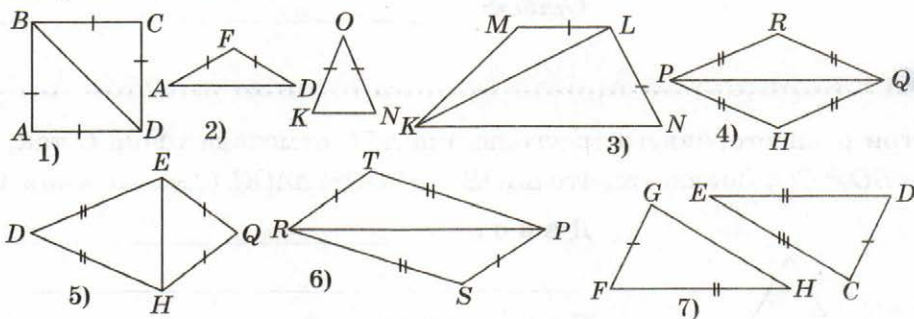
Доказательство

Следовательно, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ по _____

Сделайте необходимые рисунки и сформулируйте третий признак равенства треугольников по трем сторонам.

123

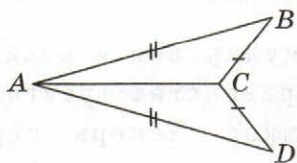
Определите, на каких рисунках есть равные треугольники, и запишите их номера в ответе.



Ответ: _____

124

(136 учебника). По рисунку докажите равенство треугольников BAC и DAC , если $AB = AD$, $BC = DC$.



Дано: $AB = AD$, $BC = DC$.

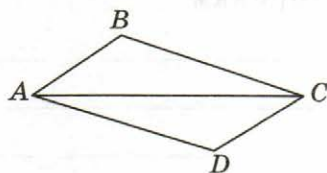
Доказать: $\triangle BAC = \triangle DAC$.

Решение

Рассмотрим $\triangle BAC$ и $\triangle DAC$. $AB = AD$ — по условию; $BC = DC$ — по условию; AC — общая сторона. Следовательно, $\triangle BAC = \triangle DAC$ по трем сторонам.

125

Стороны AB и BC треугольника BAC равны соответственно сторонам CD и DA треугольника DCA . Определите градусную меру $\angle ABC$, если $\angle CDA = 127^\circ$. (Отметьте на рисунке равные элементы треугольников, данные в условии задачи.)



Дано: $AB = CD$ и $BC = DA$; $\angle CDA = 127^\circ$.

Найти: $\angle ABC$.

Решение

Ответ: _____

126

Внутри равностороннего треугольника ABC отмечена точка O так, что $AO = BO = CO$. Докажите, что $\triangle AOB = \triangle BOC = \triangle AOC$. (Дополните чертёж.)



Дано: _____

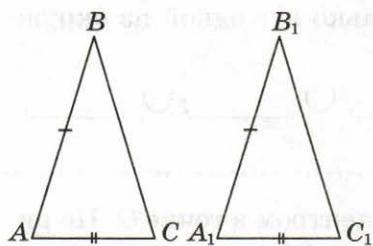
Доказать: _____

Доказательство

В задачах №103 и №122 были даны формулировки и доказательства первого и второго признаков равенства треугольников для равнобедренных треугольников. Теперь переформулируем третий признак равенства треугольников для равнобедренных треугольников (задача №127). Докажите его самостоятельно.

127

Третий признак равенства равнобедренных треугольников: Если основание и боковая сторона одного равнобедренного треугольника равны основанию и боковой стороне другого равнобедренного треугольника, то такие треугольники равны.



Дано: _____

Доказать: _____

Доказательство

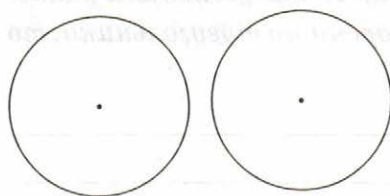
128

(№ 135 учебника). Сформулируйте признак равенства треугольников для равносторонних треугольников:

§4. Задачи на построение

Сформулируйте определение окружности.

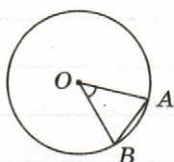
129



1. Обозначьте центры окружностей.
2. В одной из окружностей нарисуйте радиус и несколько хорд.
3. В другой окружности нарисуйте диаметр и несколько хорд.
4. Укажите несколько дуг одной из окружностей.

Ответ: \cup _____; \cup _____; \cup _____.

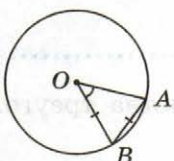
130



Дана окружность с центром в точке O . По рисунку определите вид $\triangle BOA$. (Решите устно.)

Ответ: $\triangle BOA$ является _____

131

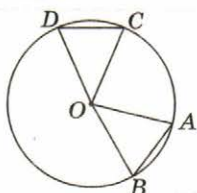


Дана окружность с центром в точке O . По рисунку определите вид $\triangle BOA$, если хорда AB равна радиусу. (Решите устно.)

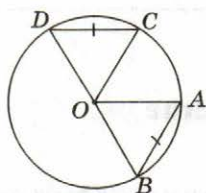
Ответ: $\triangle BOA$ является _____

132

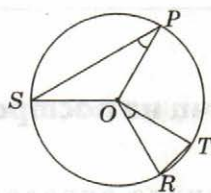
Определите, на каких рисунках есть равные треугольники, и запишите их номера в ответе.



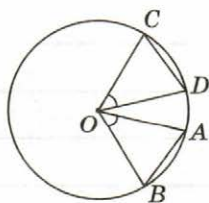
1)



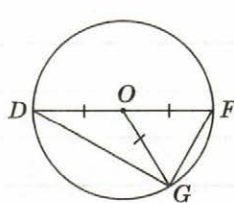
2)



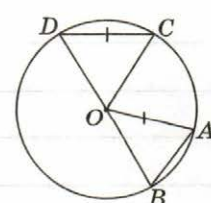
3)



4)



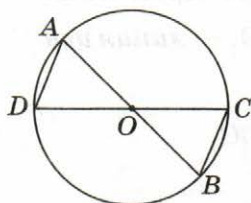
5)



6)

Ответ: _____

Отрезки AB и CD — диаметры окружности с центром в точке O . Докажите, что $\triangle DOA = \triangle COB$.



Дано: AB и CD — диаметры окружности; O — центр окружности.

Доказать: $\triangle DOA = \triangle COB$.

Доказательство

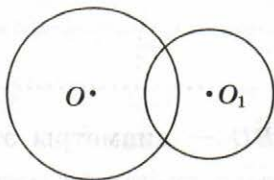
$AO = OB = CO = OD$ — как _____ окружности.

$\angle DOA = \angle COB$ — как _____

Значит, $\triangle DOA = \triangle COB$ по _____

признаку равенства треугольников.

Две окружности с центрами O и O_1 пересекаются в точках A и B . Докажите, что $\triangle OAO_1 = \triangle BOO_1$. (Дополните чертёж, запишите условие и решите задачу.)



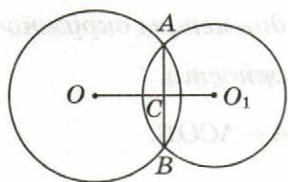
Дано: _____

Доказать: _____

Доказательство

135

Докажите, что общая хорда двух пересекающихся окружностей перпендикулярна линии центров. (Дополните чертеж по ходу решения задачи.)



Дано: A и B — точки пересечения двух окружностей; OO_1 — линия центров.

Доказать: $AB \perp OO_1$.

Доказательство

$\triangle AOB$ и $\triangle AO_1B$ — равнобедренные с общим основанием AB , так как _____ = _____ и _____ = _____, как _____ окружностей.

$\triangle OAO_1 = \triangle BOO_1$ в силу утверждения задачи №134.

Поэтому $\angle AOC = \angle BOC$, а $\angle AO_1C = \angle BO_1C$.

Значит, OC и O_1C — биссектрисы $\angle AOB$ и $\angle AO_1B$ соответственно.

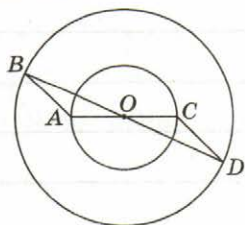
В равнобедренных треугольниках биссектриса угла при вершине является _____, отсюда $OC \perp AB$ и $O_1C \perp AB$.

По теореме о единственности перпендикуляра, проведенного _____,

_____ $AB \perp OO_1$.

136

Даны две концентрические окружности. AC и BD — диаметры этих окружностей. Докажите, что $\triangle ABO = \triangle CDO$. (Отметьте по ходу решения задачи на чертеже равные элементы.)



Дано: AC и BD — диаметры, O — центр.

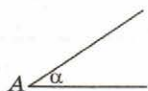
Доказать: $\triangle ABO = \triangle CDO$.

Доказательство

137

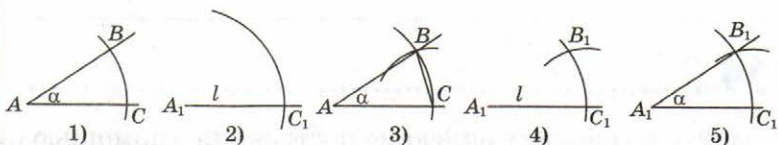
Постройте с помощью циркуля и линейки угол, равный данному.

Дано:



Построить
угол,
равный $\angle \alpha$.

Построение:



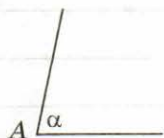
Описание построения:

Построим окружность произвольного радиуса с центром в вершине данного угла A . Пусть B и C — точки пересечения этой окружности со сторонами угла (рис. 1). Радиусом AC проведем окружность с центром в точке A_1 — начальной точке луча l и точку пересечения луча и окружности обозначим C_1 (рис. 2). Радиусом BC (рис. 3) проведем окружность с центром в точке C_1 и точку пересечения двух окружностей обозначим B_1 (рис. 4). Проведем луч A_1B_1 , получили $\angle B_1A_1C_1$, равный данному. Равенство углов следует из равенства треугольников ABC и $A_1B_1C_1$.

138

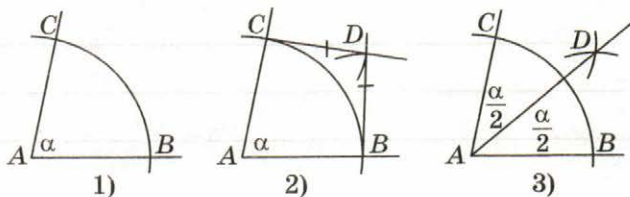
Сделайте по рисунку описание построения биссектрисы угла с помощью циркуля и линейки, по аналогии с описанием построения угла, равного данному.

Дано:



Построить биссектрису $\angle A$.

Построение:



Описание построения:

139

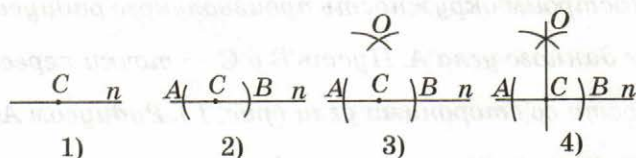
Сделайте по рисунку описание построения с помощью циркуля и линейки прямой, перпендикулярной данной, по аналогии с описанием построения угла, равного данному.

Дано:

$C \in n$

Построить прямую, перпендикулярную прямой n , проходящую через точку C .

Построение (задача 1):



Описание построения:

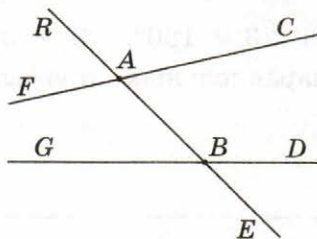
Глава III. Параллельные прямые

§1. Признаки параллельности прямых

Сформулируйте определение параллельных прямых.

Сформулируйте определение параллельных отрезков.

140



1. Назовите угол, который образует с углом CAB пару односторонних углов.

Ответ: _____

2. Назовите угол, который образует с углом CAB пару накрест лежащих углов.

Ответ: _____

3. Назовите угол, который образует с углом CAB пару соответственных углов.

Ответ: _____

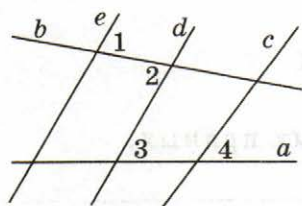
Сформулируйте признаки параллельности прямых:

1. Если при пересечении двух прямых секущей накрест лежащие углы _____, то прямые параллельны.

2. Если при пересечении _____ соответственные углы _____, то прямые параллельны.

3. Если при пересечении двух прямых секущей сумма односторонних углов равна _____, то прямые _____

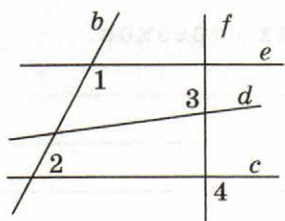
141



Дано: $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 \neq \angle 4$. Определите пару параллельных прямых. (Решите задачу устно.)

Ответ: _____

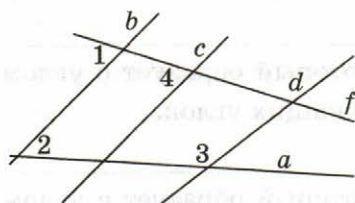
142



Дано: $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, $\angle 3 > \angle 4$. Определите пару параллельных прямых. (Решите задачу устно.)

Ответ: _____

143



Дано: $\angle 1 = \angle 4$, $\angle 2 + \angle 3 \neq 180^\circ$, $\angle 3 > \angle 4$. Определите пару параллельных прямых. (Решите задачу устно.)

Ответ: _____

§2. Аксиома параллельных прямых

Сформулируйте аксиому параллельных прямых:

В учебном пособии приведены два следствия из аксиомы параллельных прямых.

Следствием из данной аксиомы или теоремы называют такое утверждение, которое доказывается со ссылкой только на данную аксиому или теорему.

Посмотрите задачи № 65 и № 66, они являются следствиями из теоремы о смежных углах.

Сделайте необходимые рисунки и сформулируйте следствия из аксиомы параллельных прямых.

1. Если прямая пересекает одну из двух _____,

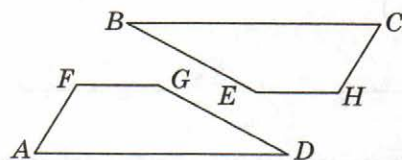
то _____

2. Если две прямые _____,

то _____

Второе следствие является еще одним признаком параллельности прямых.

144



Дано: $AD \parallel FG$, $BC \parallel EH$ и $FG \parallel EH$.
Определите ещё одну пару параллельных прямых. (Решите устно.)

Ответ: _____

Теоремы:

“Если при пересечении двух прямых секущей накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны”

и

“Если две параллельные прямые пересечены секущей, то накрест лежащие углы равны”

являются обратными теоремами.

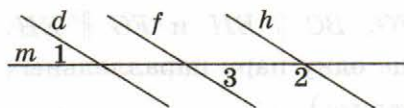
В доказательстве теоремы о накрест лежащих углах при параллельных прямых и секущей используется метод от противного.

Этот метод уже применялся нами при доказательстве единственности перпендикуляра к прямой и свойства двух прямых, перпендикулярных третьей, а также при решении задач № 81 и № 82. Сформулируйте еще две теоремы о свойствах углов, образованных при пересечении параллельных прямых секущей, которые являются обратными соответствующим признакам параллельности прямых.

145

Сформулируйте утверждение, обратное следующему: “Если один из смежных углов — острый, то другой — тупой”.

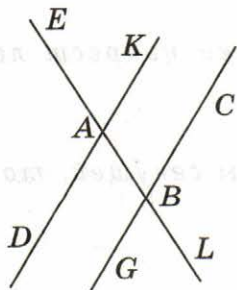
146



Дано: $d \parallel f$; $f \parallel h$; $\angle 1 = 24^\circ$. Чему равны $\angle 2$ и $\angle 3$? (Решите устно.)

Ответ: $\angle 2 =$ _____; $\angle 3 =$ _____.

147



На рисунке $DK \parallel GC$. Найдите градусную меру угла, который образует с углом ABC , равным 58° :

1. пару односторонних углов.

Ответ: \angle _____ = _____

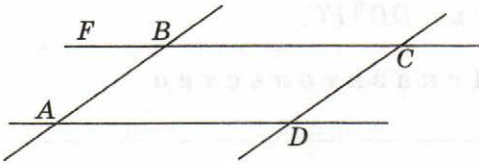
2. пару накрест лежащих углов.

Ответ: \angle _____ = _____

3. пару соответственных углов.

Ответ: \angle _____ = _____

Найдите градусную меру углов: $\angle DAB$, $\angle ABC$, $\angle BCD$ и $\angle CDA$, если $\angle ABF = 29^\circ$, а $AD \parallel BC$ и $AB \parallel DC$.



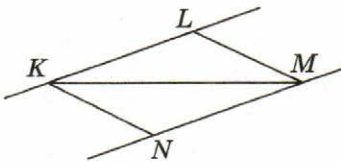
Дано: _____

Найти: _____

Решение

Ответ: $\angle DAB =$ _____; $\angle ABC =$ _____;
 $\angle BCD =$ _____; $\angle CDA =$ _____

Равные отрезки KL и NM лежат на параллельных прямых, KM — секущая. Докажите, что $\triangle KLM = \triangle MNK$. (Отметьте на чертеже равные элементы и решите задачу.)



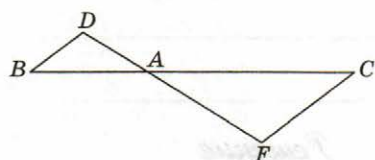
Дано: $KL \parallel NM, KL = NM$.

Доказать: $\triangle KLM = \triangle MNK$.

Доказательство

150

(187 из учебника). В треугольниках ADB и AFB : $AD = DB$, $AF = FC$. Докажите, что $DB \parallel FC$. (Отметьте на чертеже равные элементы.)



Дано: $AD = DB$, $AF = FC$.

Доказать: $DB \parallel FC$.

Доказательство



Глава IV. Соотношения между сторонами и углами треугольника

§1. Сумма углов треугольника

Выполните необходимый рисунок и сформулируйте теорему о сумме углов треугольника.

151

В треугольнике один из углов равен 29° , другой 91° . Найдите его третий угол.

Ответ: _____

152

Чему равна сумма острых углов прямоугольного треугольника?

Ответ: _____

153

Найдите углы прямоугольного равнобедренного треугольника.

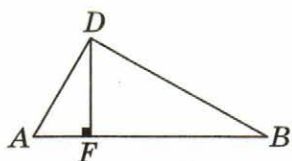
Ответ: _____

154

В равностороннем треугольнике ABC проведена высота BD . Найдите углы треугольника ABD .

Ответ: $\angle ADB =$ _____ ; $\angle DAB =$ _____ ; $\angle ABD =$ _____ .

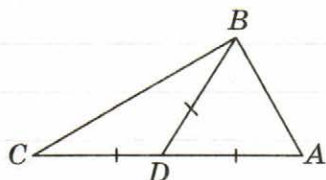
155



DF — высота прямоугольного треугольника ADB ($\angle D$ — прямой). Укажите соответственно равные углы в треугольниках ADF и ADB .

Ответ: $\angle ADF = \angle ADB$;
 $\angle DAF = \angle DAB$;
 $\angle ABD = \angle ABD$.

156

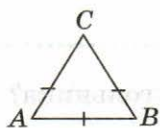


Медиана BD треугольника ABC отсекает от него равносторонний треугольник DAB . Определите углы $\triangle CBD$.

Ответ: $\angle CBD = 60^\circ$;
 $\angle BDC = 120^\circ$;
 $\angle BCD = 60^\circ$.

157

Может ли равносторонний треугольник быть прямоугольным?



Дано: $AC = CB = AB$.

Определить: Может ли $\angle ACB = 90^\circ$?

Решение

Так как $\triangle ACB$ — равносторонний, а в треугольнике против равных сторон лежат равные углы, то $\angle ACB = \angle CBA = \angle BAC$.

По теореме о сумме углов треугольника:

$\angle ACB + \angle CBA + \angle BAC = 180^\circ$. Предположим, что $\angle ACB = 90^\circ$.

Тогда по предположению $\angle ACB + \angle CBA + \angle BAC = 270^\circ$.

Получили противоречие. Значит, $\angle ACB$ не может быть равен 90° .

Ответ: $\angle ACB \neq 90^\circ$.

Решение задачи №158 аналогично решению задачи №157 — решите ее самостоятельно.

Может ли равносторонний треугольник быть тупоугольным?

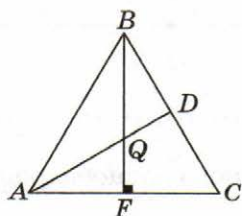
Дано: _____

Определить: Может ли $\angle ACB > 90^\circ$?

Решение

Ответ: _____

В ходе решения задачи №159 полезно использовать результаты решения задачи №154.



В равностороннем треугольнике ABC проведены высоты AD и BF , которые пересекаются в точке Q .

а) Найдите углы треугольника AQF .

Ответ: $\angle QAF =$ _____ ;
 $\angle QFA =$ _____ ;
 $\angle AQF =$ _____ .

б) Найдите углы треугольника AQB .

Ответ: $\angle QAB =$ _____ ; $\angle QBA =$ _____ ; $\angle AQB =$ _____ .

Выполните необходимый рисунок и сформулируйте определение внешнего угла треугольника и теорему о внешнем угле треугольника.

160

Найдите углы равнобедренного треугольника, если внешний угол при основании равен 112° .

Ответ: _____

161

Найдите градусные меры внешних углов равностороннего треугольника.

Ответ: _____

162

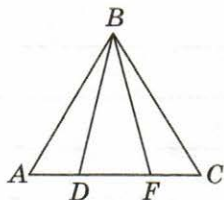
Найдите внешний угол при основании прямоугольного равнобедренного треугольника.

Ответ: _____

В ходе решения задачи №163 полезно использовать результат, полученный при решении задачи №101.

163

В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) на основании отложены равные отрезки $AD = CF$. Определите углы треугольника DBF , если $\angle BFC = 110^\circ$ (см. № 101).



Д а н о : _____

Н а й т и : _____

Решение

О т в е т : _____

164

Могут ли у треугольника быть два внешних угла при разных вершинах — прямыми?

Решение

Нет, не могут, так как в этом случае в данном треугольнике было бы два прямых угла, что противоречит теореме о сумме углов треугольника.

165

Могут ли у треугольника быть два внешних угла — острыми?

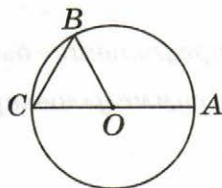
Решение

166

(№ 232 из учебника). Докажите, что если один из внешних углов треугольника в два раза больше внутреннего не смежного с ним угла, то треугольник — равнобедренный.

Доказательство

167



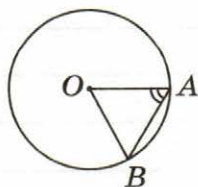
AC — диаметр окружности с центром в точке O . Определите углы $\triangle BOC$, если $\angle AOB = 124^\circ$. (Решите устно.)

Ответ: $\angle COB =$ _____;

$\angle OBC =$ _____;

$\angle OCB =$ _____.

168



Радиус окружности с центром в точке O равен 7 см, $\angle BAO = 60^\circ$. Найдите хорду AB . (Решите устно.)

Ответ: $AB =$ _____ см.

§2. Соотношения между сторонами и углами треугольника

Выполните необходимый рисунок и сформулируйте теорему о соотношении между сторонами и углами треугольника.

Теорема о соотношениях между сторонами и углами треугольника состоит из двух теорем: прямой и обратной.

169

Стороны треугольника равны 8 см, 9 см и 12 см. Определите, какой угол треугольника — наибольший, какой — наименьший.

Ответ: Наибольший угол лежит против стороны, равной _____ см.
 Наименьший угол лежит против стороны, равной _____ см.

170

Стороны треугольника равны 8 см и 6 см. Определите, может ли угол, противолежащий стороне, равной 6 см, быть тупым.

Ответ: Угол, противолежащий стороне, равной 6 см, _____
 потому, что _____

171

Углы треугольника равны 40° и 80° . Определите, против какого угла треугольника лежит большая сторона.

Ответ: Большая сторона лежит против угла, равного _____,
 так как _____

172

Углы треугольника равны 40° и 60° . Определите, против какого угла треугольника лежит большая сторона.

Ответ: Большая сторона лежит против угла, равного _____, так как _____

173

Определите, что больше, боковая сторона или основание равнобедренного треугольника, если один из его углов — тупой.

Ответ: _____
больше, так как _____

174

В равнобедренном треугольнике один из углов тупой, одна из сторон равна 15 см, а другая 10 см. Чему равно основание равнобедренного треугольника?

Ответ: Основание равнобедренного треугольника равно _____ см, так как _____

175

В треугольнике ABC проведена биссектриса BD . Докажите, что если $BC > AB$, то $\angle BDC$ — тупой.

Дано: _____

Доказать: _____

Решение

Выполните необходимые рисунки и сформулируйте следствия из теоремы о соотношении между сторонами и углами треугольника.

В прямоугольном треугольнике _____

Если два угла треугольника _____

Во втором следствии сформулирован признак равнобедренного треугольника.

Свойство углов равнобедренного треугольника и признак равнобедренного треугольника являются обратными теоремами.

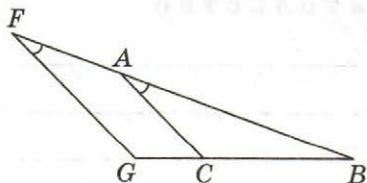
176

Стороны FG и BG треугольника FBG равны и углы BFG и BAC треугольников BFG и BAC равны. Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.

Дано: _____

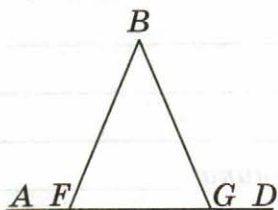
Доказать: _____

Решение



177

Сформулируйте и докажите утверждение, обратное утверждению задачи № 107.



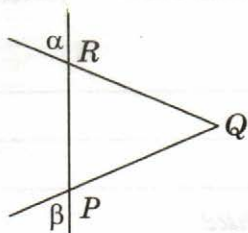
Дано: _____

Доказать: _____

Доказательство

178

Сформулируйте и докажите утверждение, обратное утверждению задачи № 108.

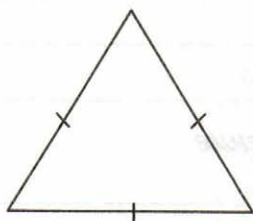


Дано: _____

Доказать: _____

Доказательство

Докажите, что если все углы треугольника равны, то он — равнобедренный. (Внесите обозначения на чертеж.)



Дано: _____

Доказать: _____

Доказательство

Сформулируйте неравенство треугольника.

Определите, может ли существовать треугольник, периметр которого равен 18 см, а одна из сторон 14 см.

Дано: Периметр треугольника равен 18 см.

Сторона треугольника равна 14 см.

Определите: Может ли существовать такой треугольник?

Решение

Предположим, что такой треугольник существует.

Тогда сумма двух сторон треугольника больше его третьей стороны. Одна сторона данного треугольника равна 14 см, а сумма двух других сторон равна 4 см ($18 \text{ см} - 14 \text{ см} = 4 \text{ см}$), то есть одна из сторон больше суммы двух других. Пришли к противоречию.

Следовательно, такой треугольник не существует.

181

В равнобедренном треугольнике одна сторона равна 11 см, другая 4 см. Найдите третью сторону. (Внесите обозначения на чертеж.)



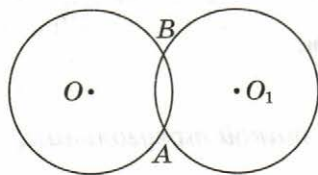
Д а н о : _____

Н а й т и : _____

Решение

182

Две окружности равных радиусов с центрами в точках O и O_1 пересекаются в точках A и B . Одна сторона треугольника AOO_1 равна 13 см, другая 6 см. Определите расстояние между центрами окружностей.



Д а н о : _____

Н а й т и : _____

Решение

О т в е т : _____

§3. Прямоугольный треугольник

Сформулируйте свойства прямоугольного треугольника.

1. Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90° .

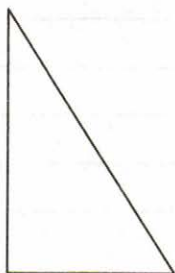
2. Катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в 30° , равен _____

и обратно:

3. _____

183

Найдите угол между биссектрисами острых углов прямоугольного треугольника. (Внесите обозначения на чертеж.)



Д а н о : _____

Н а й т и : _____

Решение

О т в е т : _____

184

В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна 12 см, а угол при вершине, противолежащей основанию — 120° . Найдите высоту треугольника.

Д а н о : _____

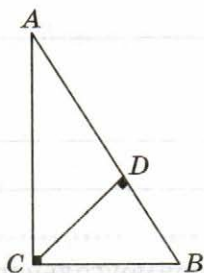
Н а й т и : _____

Решение

О т в е т : _____

185

В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C$ — прямой) проведена высота CD . Найдите длины отрезков AD и BD , если гипотенуза равна 12 см, а $\angle CAB = 30^\circ$.



Дано: _____

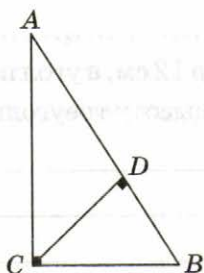
Найти: _____

Решение

Ответ: _____

186

В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C$ — прямой) проведена высота CD . Докажите, что если $\angle BAC = 30^\circ$, то $AB : BD = 4 : 1$.



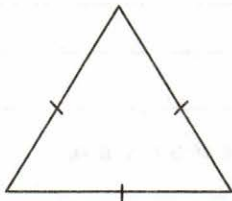
Дано: _____

Доказать: _____

Решение

187*

Докажите, что в равностороннем треугольнике расстояние от точки пересечения двух биссектрис до стороны в два раза меньше расстояния от этой же точки до вершины. (Внесите обозначения на чертеж.)



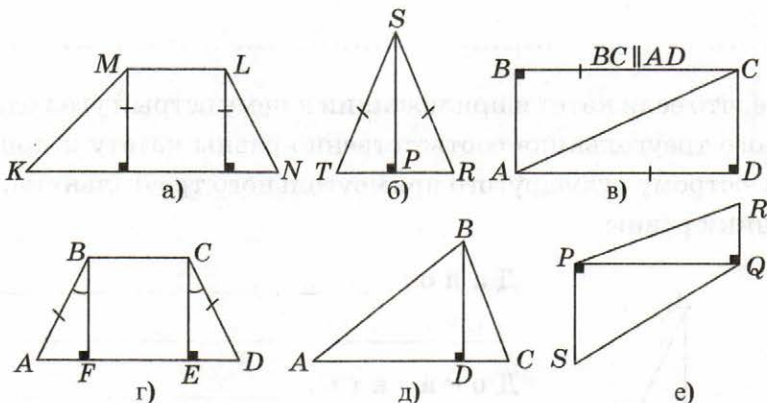
Дано: _____

Доказать: _____

Доказательство

188

Определите, на каких рисунках есть равные треугольники, и запишите их номера в ответе.

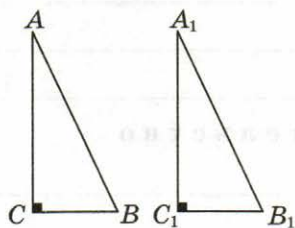


Ответ: _____

В задачах № 103, 122 и 127 были даны формулировки признаков равенства треугольников для равнобедренных треугольников, в которых учитывались их свойства. Теперь переформулируем признаки равенства треугольников для прямоугольных треугольников (задачи № 189–192). Все они доказаны в учебнике, но попробуйте доказать их самостоятельно.

189

Докажите, что если катеты одного прямоугольного треугольника равны катетам другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны.



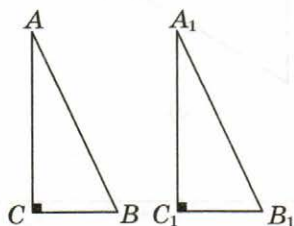
Дано: _____

Доказать: _____

Доказательство

190

Докажите, что если катет и прилежащий к нему острый угол одного прямоугольного треугольника соответственно равны катету и прилежащему к нему острому углу другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны.

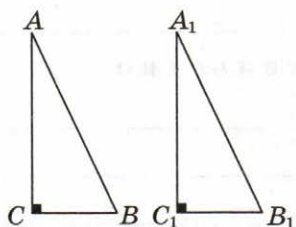


Дано: _____

Доказать: _____

Доказательство

Докажите, что если катет и противолежащий острый угол одного прямоугольного треугольника соответственно равны катету и противолежащему острому углу другого прямоугольного треугольника, то треугольники равны.

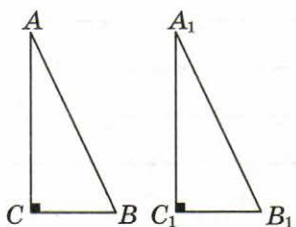


Дано: _____

Доказать: _____

Доказательство

Докажите, что, если гипотенуза и острый угол одного прямоугольного треугольника соответственно равны гипотенузе и острому углу другого прямоугольного треугольника, то треугольники равны.



Дано: _____

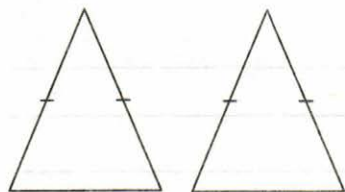
Доказать: _____

Доказательство

Утверждение, сформулированное в задаче № 193, может быть доказано с опорой на утверждение, данное в задаче № 191. В задаче № 194 доказательство проводится с использованием признака равенства прямоугольных треугольников.

193

Докажите равенство двух равнобедренных треугольников по углу при основании и высоте, проведенной к основанию. (Внесите обозначения на чертеж.)



Дано: _____

Доказать: _____

Доказательство

194

Докажите равенство двух равнобедренных треугольников по боковой стороне и высоте, проведенной к основанию. (Внесите обозначения на чертеж.)



Дано: _____

Доказать: _____

Доказательство

Сформулируйте признак равенства прямоугольных треугольников по гипотенузе и катету.

§4. Построение треугольника по трем элементам

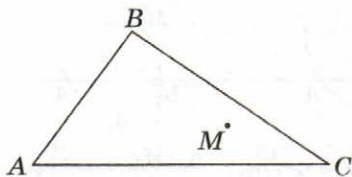
Сформулируйте, как соотносятся длины перпендикуляра и наклонной и дайте определение расстояния от точки до прямой.

Перпендикуляр, проведенный из точки к прямой, _____
наклонной, _____

Длина перпендикуляра, проведенного из точки к прямой, _____

195

Внутри треугольника ABC отмечена точка M . Докажите, что сумма расстояний от точки M до прямых, на которых лежат стороны треугольника, меньше суммы расстояний от нее до вершин треугольника. (По условию задачи дополните чертеж.)



Дано: _____

Доказать: _____

Доказательство

Сформулируйте свойство параллельных прямых:

Все точки каждой из двух параллельных прямых _____

Из доказательства этой теоремы следует способ построения прямой, параллельной данной, все точки которой лежат на заданном расстоянии.

Сформулируйте определение расстояния между параллельными прямыми:

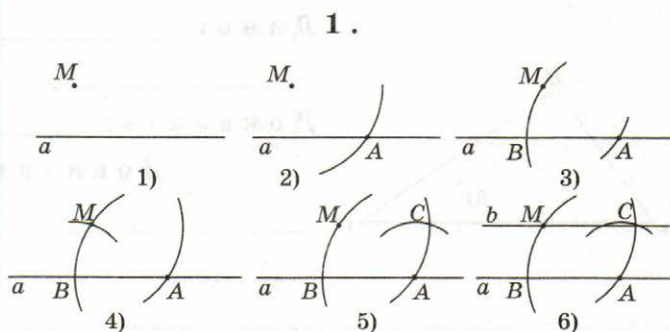
196

- С помощью циркуля и линейки через данную точку M проведите прямую b , параллельную данной прямой a .
- Докажите параллельность прямых CM и a . (Сделайте необходимый рисунок.)

Дано:

Прямая a ;
 $M \notin a$

Построить прямую, параллельную данной прямой a и проходящую через точку M .



Построение:

Проведем окружность произвольного радиуса с центром в точке M так, чтобы она пересекла прямую a в точке A . Теперь проведем окружность того же радиуса с центром в точке A и ее точку пересечения с прямой a обозначим через B . Из точки A радиусом, равным BM , проведем окружность и точку пересечения двух окружностей обозначим C . Проведем прямую CM .

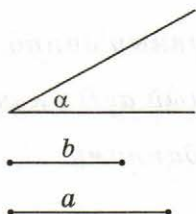
2.

Доказательство

197

С помощью циркуля и линейки постройте треугольник по двум сторонам и углу между ними. (Выполните построение по описанию.)

Дано:



Построить
треугольник.

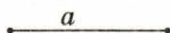
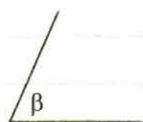
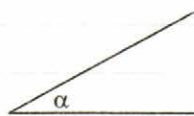
Построение:

Построение:

На луче с начальной точкой A построим угол, равный данному углу α . На сторонах построенного угла от его вершины отложим отрезки AC и AB , равные a и b соответственно. Соединим точки B и C . Полученный треугольник ABC является искомым в силу первого признака равенства треугольников.

С помощью циркуля и линейки постройте треугольник по стороне и двум прилежащим к ней углам. (Выполните построение по описанию.)

Дано:



Построить
треугольник.

Построение:

Построение:

На луче l с начальной точкой A построим угол, равный данному углу α . От точки A отложим отрезок AC , равный a . На луче CA с начальной точкой C построим угол, равный данному углу β .

Если $\alpha + \beta < 180^\circ$, то стороны углов, не лежащие на луче l , пересекаются в точке B . Тогда полученный треугольник ABC является искомым в силу второго признака равенства треугольников.

Если $\alpha + \beta \geq 180^\circ$, то стороны углов, не лежащие на луче l , не пересекаются и задача решения не имеет.

Учебное издание

Мищенко Татьяна Михайловна

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ ПО ГЕОМЕТРИИ

7 класс

К учебнику Л. С. Атанасяна и др.
«Геометрия. 7–9 классы»

Издательство **«ЭКЗАМЕН»**

Гигиенический сертификат
№ РОСС RU. АЕ51. Н 16678 от 20.05.2015 г.

Главный редактор *Л. Д. Лаппо*

Редактор *И. М. Бокова*

Художественный редактор *Л. В. Демьянова*

Технический редактор *Л. В. Павлова*

Корректоры *И. Д. Баринская, Г. Б. Абудеева*

Дизайн обложки *Л. В. Демьянова*

Компьютерная верстка *А. С. Федотова*

107045, Москва, Луков пер., д. 8.

www.examen.biz

E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;

по вопросам реализации: sale@examen.biz

тел./факс 8(495)641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами

в ООО «ИПК Парето-Принт», 170546, Тверская область,

Промышленная зона Боровлево-1, комплекс № 3А,

www.pareto-print.ru.

По вопросам реализации обращаться по тел.:
8(495)641-00-30 (многоканальный).