

М. А. Иченская

Геометрия

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ
И КОНТРОЛЬНЫЕ
РАБОТЫ

7

9

8

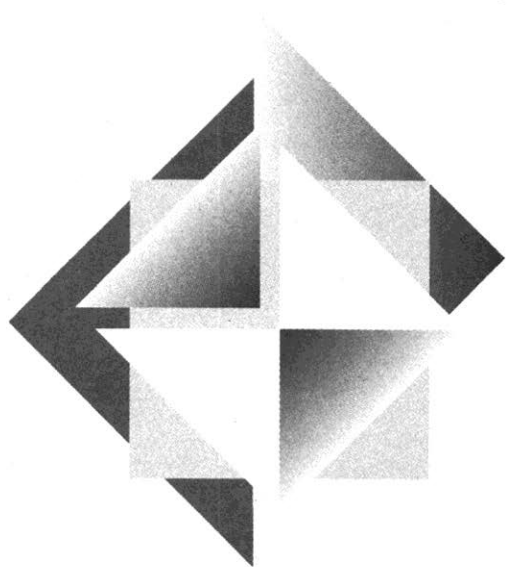


ПРОСВЕЩЕНИЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО

М. А. Иченская

ГЕОМЕТРИЯ

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ И КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ



7-9

КЛАССЫ

Учебное пособие
для общеобразовательных
организаций

5-е издание

Москва
«Просвещение»
2017

УДК 373.167.1:514
ББК 22.151я72
И96

6+

Иченская М. А.

И96 Геометрия. Самостоятельные и контрольные работы. 7—9 классы : учеб. пособие для общеобразоват. организаций / М. А. Иченская. — 5-е изд. — М. : Просвещение, 2017. — 144 с. : ил. — ISBN 978-5-09-045910-5.

Пособие содержит самостоятельные и контрольные работы, а также карточки к итоговым зачётам по курсу геометрии 7—9 классов. Оно ориентировано на учебник «Геометрия. 7—9 классы» авторов Л. С. Атанасяна и др.

Пособие адресовано школьникам, учителям математики и студентам педвузов.

УДК 373.167.1:514
ББК 22.151я72

Учебное издание

Иченская Мира Александровна

ГЕОМЕТРИЯ

Самостоятельные и контрольные работы

7—9 классы

Учебное пособие для общеобразовательных организаций

Центр естественно-математического образования

Редакция математики и информатики

Зав. редакцией *Т. А. Бурмистрова*

Редактор *Л. В. Кузнецова*

Младшие редакторы *Е. А. Андрееenkova, Е. В. Трошко*

Художественный редактор *О. П. Богомолова*

Художник *А. Б. Юдкин*

Компьютерная графика *О. Ю. Туникиной*

Техническое редактирование и компьютерная вёрстка *М. С. Давыдовой*

Корректоры *Н. А. Юсупова, Л. С. Александрова*

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93—953000. Изд. лиц. Серия ИД №05824 от 12.09.01. Подписано в печать 05.12.16. Формат 60×90¹/₁₆. Бумага типографская. Гарнитура Школьная. Печать офсетная. Уч.-изд. л. 3,30. Тираж 2000 экз. Заказ № 2688.

Акционерное общество «Издательство «Просвещение».
127521, Москва, 3-й проезд Марьиной роши, 41.

Отпечатано по заказу АО «ПолиграфТрейд» в филиале «Тверской полиграфический комбинат детской литературы» ОАО «Издательство «Высшая школа». 170040, г. Тверь, проспект 50 лет Октября, 46.

Тел.: +7(4822) 44-85-98. Факс: +7(4822) 44-61-51.

ISBN 978-5-09-045910-5

© Издательство «Просвещение», 2012

© Художественное оформление.

Издательство «Просвещение», 2013

Все права защищены

7 класс

Самостоятельные работы

7 класс

С—1, В—1

1. Начертите прямую и обозначьте её буквой b . Отметьте точку M , лежащую на прямой b . Отметьте точку N , не лежащую на прямой b . Используя символы \in и \notin , запишите предложение: «Точка M лежит на прямой b , а точка N не лежит на ней».

2. Начертите прямые a и b , пересекающиеся в точке M . На прямой a отметьте точку N , отличную от точки M . Являются ли прямые MN и a различными прямыми? Может ли прямая b проходить через точку N ? Ответы обоснуйте.

7 класс

С—1, В—2

1. Начертите прямую и обозначьте её буквой a . Отметьте точку K , лежащую на прямой a . Отметьте точку C , не лежащую на прямой a . Используя символы \in и \notin , запишите предложение: «Точка K лежит на прямой a , а точка C не лежит на ней».

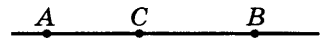
2. Начертите прямые m и n , пересекающиеся в точке A . На прямой m отметьте точку B , отличную от точки A . Являются ли прямые AB и m различными прямыми? Может ли прямая n проходить через точку B ? Ответы обоснуйте.

7 класс

С—2, В—1

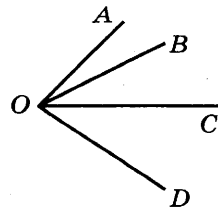
1. На прямой даны три точки A , B и C . Назовите:

- пары совпадающих лучей;
- пары противоположных лучей.



2. Назовите:

- луч, который делит угол BOD на два угла;
- луч, который не делит угол BOD на два угла.



7 класс

С—2, В—2

1. На прямой даны три точки M , N и K . Назовите:

а) совпадающие лучи среди лучей MN , NK , MK , KM ;

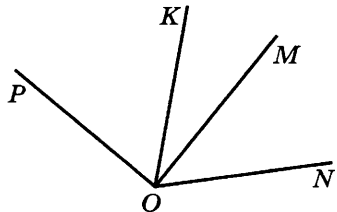
б) пары противоположных лучей.



2. Назовите:

а) луч, который делит угол POM на два угла;

б) луч, который не делит угол POM на два угла.



7 класс

С—3, В—1

1. На луче h с началом в точке O отметьте точки A и B так, чтобы точка A лежала между точками O и B . Сравните отрезки OA и OB и запишите результат сравнения.

2. Изобразите неразвёрнутый угол ABC и проведите какой-нибудь луч BD , делящий этот угол на два угла. Сравните:

а) угол ABC и угол ABD ;

б) угол ABC и угол DBC .

Запишите результаты сравнения.

7 класс

С—3, В—2

1. На луче k с началом в точке O отметьте точки M и N так, чтобы точка N лежала между точками O и M . Сравните отрезки OM и ON и запишите результат сравнения.

2. Изобразите неразвёрнутый угол DBA и проведите какой-нибудь луч BC , делящий этот угол на два угла. Сравните:

а) угол DBA и угол DBC ;

б) угол DBA и угол CBA .

Запишите результаты сравнения.

7 класс

С—4, В—1

1. На прямой b отмечены точки C, D, E , причём $CD = 6$ см, $DE = 8$ см. Чему может быть равна длина отрезка CE ?

2. Точка M — середина отрезка AB , $MB = 4,3$ дм. Найдите длину отрезка AB в миллиметрах.

3. Отрезки PQ и EF пересекаются, точка K лежит на отрезке EF , причём $PQ = 21$ см, $PK = 14$ см, $QK = 8$ см. Является ли точка K точкой пересечения отрезков PQ и EF ? Ответ обоснуйте.

7 класс

С—4, В—2

1. На прямой a отложены точки M, K, N , причём $MK = 7$ см, $KN = 10$ см. Чему может быть равна длина отрезка MN ?

2. Точка E — середина отрезка CD , $CE = 2,8$ см. Найдите длину отрезка CD в миллиметрах.

3. Отрезки AB и CD пересекаются. Точка N лежит на отрезке CD , причём $AN = 13$ см, $NB = 12$ см и $AB = 8$ см. Является ли точка N точкой пересечения отрезков AB и CD ? Ответ обоснуйте.

7 класс

С—5, В—1

1. Начертите луч OA и с помощью транспортира отложите от луча OA углы: $\angle AOB = 25^\circ$, $\angle AOC = 78^\circ$. Чему равен угол BOC ?

2. Луч OC делит угол AOB на два угла. Найдите угол COB , если $\angle AOB = 110^\circ$, а угол AOC на 18° меньше угла BOC .

7 класс

С—5, В—2

1. Начертите луч OB и с помощью транспортира отложите от луча OB углы: $\angle BON = 32^\circ$, $\angle BOM = 80^\circ$. Чему равен угол MON ?

2. Луч OK делит угол DOC на два угла. Найдите угол COK , если $\angle DOC = 120^\circ$, а угол KOD на 12° больше угла COK .

7 класс

С—6, В—1

1. Один из смежных углов на 26° меньше другого. Найдите эти смежные углы.

2. Найдите все неразвёрнутые углы, образованные при пересечении двух прямых, если сумма двух из них равна 226° .

7 класс

С—6, В—2

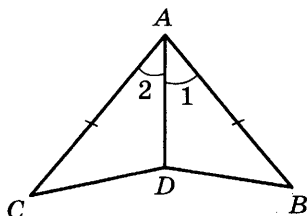
1. Один из смежных углов в 11 раз больше другого. Найдите эти смежные углы.

2. Найдите все неразвёрнутые углы, образованные при пересечении двух прямых, если сумма двух из них равна 296° .

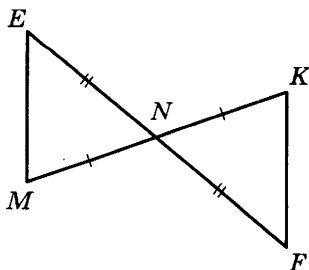
7 класс

С—7, В—1

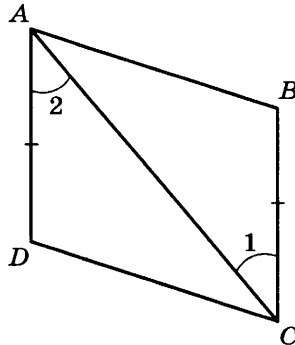
1. Докажите равенство треугольников ABD и ACD , если $AB = AC$ и $\angle 1 = \angle 2$. Найдите $\angle ABD$ и $\angle ADB$, если $\angle ACD = 38^\circ$, $\angle ADC = 102^\circ$.



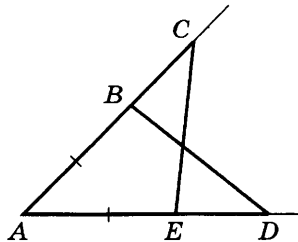
2. Докажите равенство треугольников MNE и KNF , если $MN = NK$ и $EN = NF$. Найдите стороны ME и MF , если $MK = 10$ см, $KF = 8$ см.



1. Докажите равенство треугольников ABC и ADC , если $BC = AD$ и $\angle 1 = \angle 2$. Найдите $\angle ACD$ и $\angle ADC$, если $\angle ABC = 108^\circ$ и $\angle BAC = 32^\circ$.



2. Докажите равенство треугольников ACE и ABD , если $AC = AD$ и $AB = AE$. Найдите стороны AB и BD , если $CE = 7$ см, $AE = 3$ см.



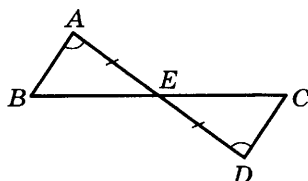
1. Медиана AD треугольника ABC продолжена за точку D на отрезок DE , равный AD , и точка E соединена с точкой C . Докажите, что треугольник ABD равен треугольнику ECD .

2. На основании BC равнобедренного треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = CN$. Докажите, что треугольник BAM равен треугольнику CAN .

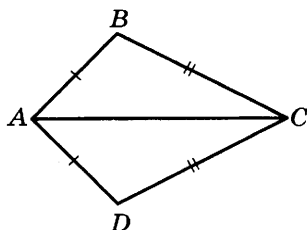
1. Медиана NO треугольника MNK продолжена за точку O на отрезок $OF = NO$ и точка F соединена с точкой K . Докажите, что треугольник MON равен треугольнику KOF .

2. На основании AC равнобедренного треугольника ABC отмечены точки P и Q так, что $AP = CQ$. Докажите, что треугольник PBQ равнобедренный.

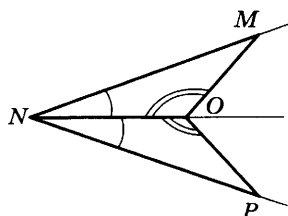
1. Докажите равенство треугольников ABE и DCE , если $AE = ED$, $\angle A = \angle D$. Найдите стороны треугольника ABE , если $DE = 4$ см, $DC = 3$ см, $EC = 5$ см.



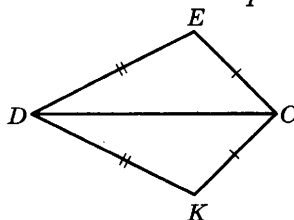
2. На рисунке $AB = AD$, $BC = DC$. Докажите, что луч AC — биссектриса угла BAD .



1. Докажите равенство треугольников MON и PON , если $\angle MON = \angle PON$, а луч NO — биссектриса угла MNP . Найдите углы треугольника NOP , если $\angle MNO = 28^\circ$, $\angle NMO = 42^\circ$.



2. На рисунке $DE = DK$, $CE = CK$. Докажите, что луч CD — биссектриса угла ECK .



7 класс

С—10, В—1

1. С помощью циркуля и линейки разделите данный отрезок на 4 равные части.

2. Постройте окружность радиусом 6 см, проходящую через две данные точки A и B , если: а) $AB = 4$ см; б) $AB = 6$ см; в) $AB = 8$ см.

7 класс

С—10, В—2

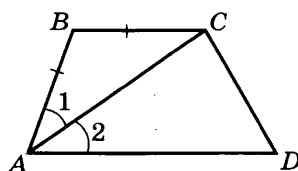
1. С помощью циркуля и линейки разделите данный отрезок на 8 равных частей.

2. Постройте окружность радиусом 4 см, проходящую через данную точку A , с центром на данной прямой a , если расстояние от точки A до прямой a равно: а) 3 см; б) 4 см; в) 5 см. Сколько решений имеет задача?

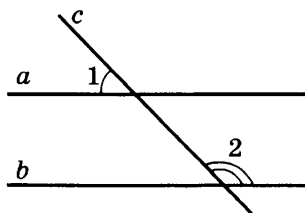
7 класс

С—11, В—1

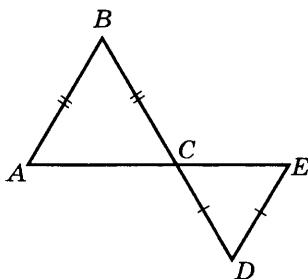
1. На рисунке $AB = BC$, $\angle 1 = \angle 2$. Докажите, что прямая BC параллельна прямой AD .



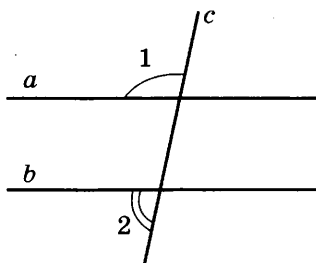
2. Известно, что $\angle 1 = 46^\circ$, $\angle 2 = 134^\circ$. Докажите, что прямые a и b параллельны.



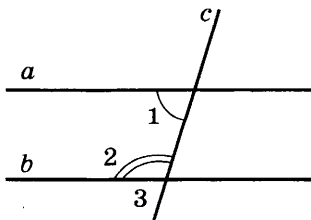
1. На рисунке $AB = BC$, $CD = DE$, отрезок BD пересекает отрезок AE в точке C . Докажите, что прямая AB параллельна прямой DE .



2. Известно, что $\angle 1 = 102^\circ$, $\angle 2 = 78^\circ$. Докажите, что прямые a и b параллельны.



1. На рисунке прямые a и b параллельны, угол 2 на 34° больше, чем угол 1. Найдите угол 3.



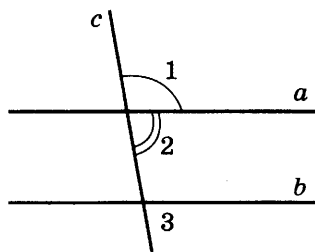
2. Через вершину прямого угла C треугольника ABC проведена прямая CD параллельно прямой AB . Найдите углы A и B треугольника ABC , если $\angle DCB = 37^\circ$.

7 класс

С—12, В—2

1. На рисунке прямые a и b параллельны, угол 2 на 20° меньше, чем угол 1. Найдите угол 3.

2. Через вершину прямого угла C треугольника ABC проведена прямая CK параллельно прямой AB , $\angle KCB = 42^\circ$. Найдите углы A и B треугольника ABC .



7 класс

С—13, В—1

1. Дан треугольник ABC , в котором $\angle A = 65^\circ$, $\angle B = 47^\circ$. Найдите угол C .

2. В равнобедренном треугольнике угол при основании в 2 раза больше угла при вершине, противоположной основанию. Найдите углы этого треугольника.

3. Углы треугольника относятся как 2 : 3 : 4. Найдите их градусные меры.

7 класс

С—13, В—2

1. Дан треугольник MNK , в котором $\angle M = 22^\circ$, $\angle N = 45^\circ$. Найдите угол K .

2. В равнобедренном треугольнике угол при основании на 15° меньше, чем угол при вершине, противоположной основанию. Найдите углы этого треугольника.

3. Углы треугольника относятся как 1 : 2 : 3. Найдите их градусные меры.

7 класс

С—14, В—1

1. Можно ли построить треугольник со сторонами 1 дм, 2 дм и 3 дм? Ответ обоснуйте.

2. В равнобедренном треугольнике одна сторона равна 25 см, другая равна 10 см. Чему равно основание треугольника? Ответ объясните.

7 класс

С—14, В—2

1. Можно ли построить треугольник со сторонами 12 дм, 10 дм и 24 дм? Ответ обоснуйте.

2. Найдите третью сторону равнобедренного треугольника, если две другие стороны равны 5 см и 3 см. Ответ объясните.

7 класс

С—15, В—1

1. Один из углов прямоугольного треугольника равен 60° , а сумма гипотенузы и меньшего катета равна 18 см. Найдите гипотенузу и меньший катет.

2. Из точки M биссектрисы тупого угла проведены перпендикуляры MA и MK к сторонам этого угла. Докажите, что $MA = MK$.

7 класс

С—15, В—2

1. Один из острых углов прямоугольного треугольника в 2 раза меньше другого, а разность гипотенузы и меньшего катета равна 15 см. Найдите гипотенузу и меньший катет.

2. Из точки K биссектрисы острого угла проведены перпендикуляры KP и KF к сторонам угла. Докажите, что $KP = KF$.

7 класс

С—16, В—1

1. Постройте прямоугольный треугольник по катету и прилежащему острому углу.

2. Постройте треугольник ABC , в котором $AC = 5$ см, $\angle A = 50^\circ$, высота $BD = 3$ см.

7 класс

С—16, В—2

1. Постройте равнобедренный треугольник по основанию и проведённой к нему медиане.

2. Постройте треугольник MNK , в котором $MK = 6$ см, $\angle K = 60^\circ$, высота $NO = 4$ см.

1. Докажите, что в равных треугольниках высоты, проведённые к равным сторонам, равны.

2. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием $AC = 38$ см внешний угол при вершине B равен 60° . Найдите расстояние от вершины C до прямой AB .

3. Один из углов при пересечении двух параллельных прямых третьей прямой в 2 раза больше другого. Найдите остальные углы.

1. Докажите, что в равных треугольниках медианы, проведённые к равным сторонам, равны.

2. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием $AC = 42$ см внешний угол при вершине C равен 120° . Найдите боковые стороны треугольника ABC .

3. Один из углов при пересечении двух параллельных прямых третьей прямой на 20° меньше другого. Найдите остальные углы.

Контрольные работы

7 класс

К—1, В—1

1. Три точки B , C и D лежат на одной прямой. Известно, что $BD = 17$ см, $DC = 25$ см. Чему может быть равна длина отрезка BC ?

2. Сумма вертикальных углов MOE и DOC , образованных при пересечении прямых MC и DE , равна 204° . Найдите угол MOD .

3. С помощью транспортира начертите угол, равный 78° , и проведите биссектрису смежного с ним угла.

7 класс

К—1, В—2

1. Три точки M , N и K лежат на одной прямой. Известно, что $MN = 15$ см, $NK = 18$ см. Чему может быть равно расстояние MK ?

2. Сумма вертикальных углов AOB и COD , образованных при пересечении прямых AD и BC , равна 108° . Найдите угол BOD .

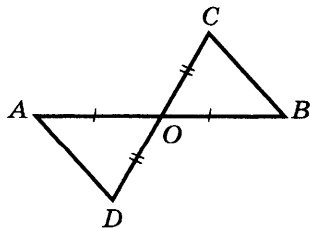
3. С помощью транспортира начертите угол, равный 132° , и проведите биссектрису смежного с ним угла.

7 класс

К—2, В—1

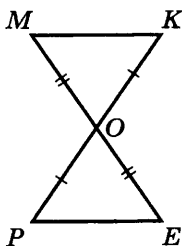
1. На рисунке каждый из отрезков AB и CD точкой O делится пополам. Докажите, что угол DAO равен углу CBO .

2. Луч AD — биссектриса угла A . На сторонах угла A отмечены точки B и C так, что $\angle ADB = \angle ADC$. Докажите, что $AB = AC$.



3. Начертите равнобедренный треугольник ABC с основанием BC . С помощью циркуля и линейки проведите медиану BB_1 к боковой стороне AC .

1. На рисунке каждый из отрезков ME и PK делится точкой O пополам. Докажите, что угол KMO равен углу PEO .



2. На сторонах угла D отмечены точки M и K так, что $DM = DK$. Известно, что точка P лежит внутри угла D и $PK = PM$. Докажите, что луч DP — биссектриса угла MDK .

3. Начертите равнобедренный треугольник ABC с основанием AC . С помощью циркуля и линейки проведите высоту AH к боковой стороне BC .

1. Отрезки EF и PQ пересекаются в их середине M . Докажите, что $PE \parallel QF$.

2. Отрезок DM — биссектриса треугольника CDE . Через точку M проведена прямая, параллельная стороне CD и пересекающая сторону DE в точке N . Найдите углы треугольника DMN , если $\angle CDE = 68^\circ$.

1. Отрезки PN и ED пересекаются в их середине M . Докажите, что $EN \parallel PD$.

2. Отрезок DM — биссектриса треугольника ADC . Через точку M проведена прямая, параллельная стороне CD и пересекающая сторону DA в точке N . Найдите углы треугольника DMN , если $\angle ADC = 72^\circ$.

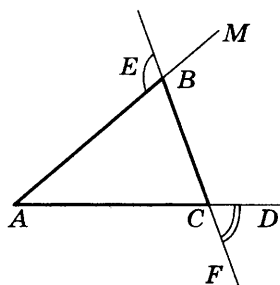
7 класс

К—4, В—1

1. На рисунке $\angle ABE = 104^\circ$, $\angle DCF = 76^\circ$, $AC = 12$ см. Найдите сторону AB треугольника ABC .

2. В треугольнике CDE точка K лежит на стороне CE , причём угол CKD острый. Докажите, что $DE > DK$.

3. Периметр равнобедренного тупоугольного треугольника равен 45 см, а одна из его сторон больше другой на 9 см. Найдите стороны этого треугольника.



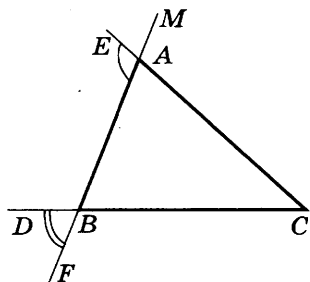
7 класс

К—4, В—2

1. На рисунке $\angle BAE = 112^\circ$, $\angle DBF = 68^\circ$, $BC = 9$ см. Найдите сторону AC треугольника ABC .

2. В треугольнике MNP точка K лежит на стороне MN , причём угол NKP острый. Докажите, что $KP < MP$.

3. Периметр равнобедренного тупоугольного треугольника равен 77 см, а одна из его сторон больше другой на 17 см. Найдите стороны этого треугольника.



7 класс

К—5, В—1

1. В остроугольном треугольнике MNP биссектриса угла M пересекает высоту NK в точке O , причём $OK = 9$ см. Найдите расстояние от точки O до прямой MN .

2. Постройте прямоугольный треугольник по гипотенузе и острому углу.

3. С помощью циркуля и линейки постройте угол, равный 150° ; 30° .

1. В прямоугольном треугольнике DCE с прямым углом C проведена биссектриса EF , причём $FC = 13$ см. Найдите расстояние от точки F до прямой DE .

2. Постройте прямоугольный треугольник по катету и прилежащему к нему острому углу.

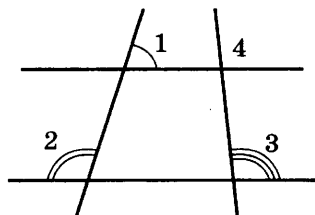
3. С помощью циркуля и линейки постройте угол, равный 135° ; 45° .

1. Постройте треугольник по двум сторонам и высоте, проведённой к одной из этих сторон.

2. На окружности с центром O отмечены две точки M и N так, что угол MON прямой. Отрезок NP — диаметр окружности. Докажите, что хорды MN и MP равны. Найдите угол PMN .

3. На рисунке $\angle 1 = 72^\circ$, $\angle 2 = 108^\circ$, $\angle 3 = 96^\circ$. Найдите угол 4.

4. Из точки к прямой проведены перпендикуляр и наклонная, сумма их длин равна 17 см, а их разность равна 1 см. Найдите расстояние от точки до прямой.

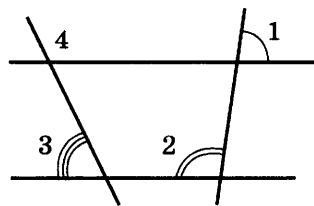


1. Постройте треугольник по двум сторонам и медиане, проведённой к одной из этих сторон.

2. Отрезки AB и CD — диаметры окружности с центром O . Найдите периметр треугольника AOD , если хорда CB равна 10 см, диаметр AB равен 12 см.

3. На рисунке $\angle 1 = 82^\circ$, $\angle 2 = 98^\circ$, $\angle 3 = 65^\circ$. Найдите угол 4.

4. Сумма гипотенузы CE и катета CD прямоугольного треугольника CDE равна 31 см, а их разность равна 3 см. Найдите расстояние от вершины C до прямой DE .



Итоговый зачёт

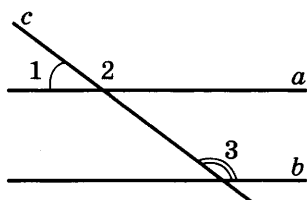
7 класс

Карточка 1

1. Понятия прямой и отрезка. Взаимное расположение двух прямых на плоскости.

2. Первый признак равенства треугольников. Доказательство.

3. На рисунке $\angle 1 = 37^\circ$, $\angle 3 = 143^\circ$. Докажите, что $a \parallel b$, и найдите $\angle 2$.



7 класс

Карточка 2

1. Луч и угол. Виды углов.

2. Второй признак равенства треугольников. Доказательство.

3. В равнобедренном треугольнике CDE с основанием CE проведена биссектриса CF . Найдите $\angle ECF$, если $\angle D = 54^\circ$.

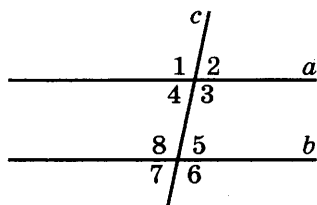
7 класс

Карточка 3

1. Сравнение отрезков. Изменение отрезков.

2. Третий признак равенства треугольников. Доказательство.

3. На рисунке $a \parallel b$, $\angle 3 = 102^\circ$. Найдите остальные семь углов.



7 класс

Карточка 4

1. Сравнение углов. Измерение углов.

2. Теорема о свойстве высоты равнобедренного треугольника. Доказательство.

3. Один из углов прямоугольного треугольника равен 60° , а сумма гипотенузы и меньшего катета равна 30 см. Найдите гипотенузу треугольника.

7 класс

Карточка 5

1. Определение и свойство смежных углов.
2. Определение параллельных прямых. Первый признак параллельности двух прямых. Доказательство.
3. Высота AD равностороннего треугольника BAC с основанием BC равна 10 см, периметр треугольника ADC равен 70 см. Найдите периметр треугольника ABC .

7 класс

Карточка 6

1. Определение и свойство вертикальных углов.
2. Второй признак параллельности двух прямых. Доказательство.
3. Один из внешних углов равнобедренного треугольника равен 110° . Найдите все углы данного треугольника.

7 класс

Карточка 7

1. Определение перпендикулярных прямых. Доказательство теоремы о перпендикулярности двух прямых к третьей.
2. Третий признак параллельности двух прямых. Доказательство.
3. Первый угол треугольника равен 40° , а второй больше третьего на 16° . Найдите эти углы треугольника.

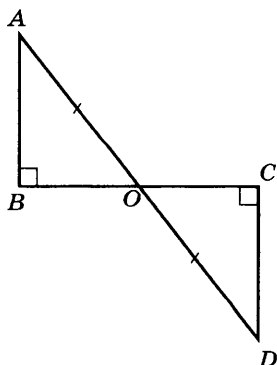
7 класс

Карточка 8

1. Определения медианы, биссектрисы и высоты треугольника. Построение их в остроугольном, прямоугольном и тупоугольном треугольниках.

2. Аксиома параллельных прямых.

3. На рисунке $\angle B = \angle C = 90^\circ$, $AO = OD$. Докажите, что $\triangle ABO = \triangle OCD$, и найдите $\angle A$, если $\angle D = 38^\circ$.



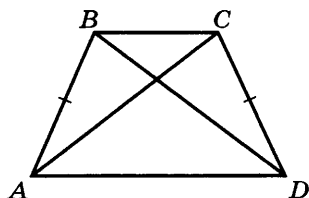
7 класс

Карточка 9

1. Теорема о единственности перпендикуляра, проведённого из данной точки к данной прямой.

2. Неравенство треугольника.

3. На рисунке $AB = CD$, $BD = AC$. Докажите, что $\angle CAD = \angle ADB$. Найдите $\angle ABD$, если $\angle ACD = 70^\circ$.



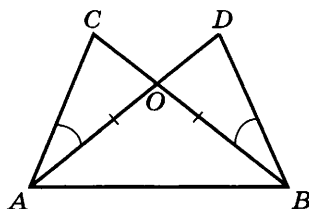
7 класс

Карточка 10

1. Определение равнобедренного треугольника. Теорема о свойствах углов при его основании.

2. Теорема о соотношении между сторонами и углами треугольника.

3. На рисунке $\angle DBC = \angle CAD$, $BO = AO$. Докажите, что $\angle C = \angle D$. Найдите AC , если $BD = 12$ см.



7 класс

Карточка 11

1. Признак равенства прямоугольных треугольников по гипотенузе и острому углу.

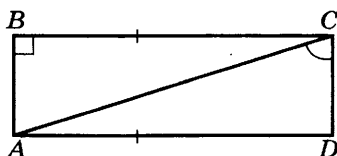
2. Понятие окружности. Диаметр, радиус, хорда, дуга окружности.

3. В равнобедренном треугольнике угол при основании в 2 раза меньше, чем угол при вершине. Найдите все углы треугольника.

1. Признак равенства прямоугольных треугольников по катету и острому углу.

2. С помощью циркуля и линейки постройте угол, равный данному.

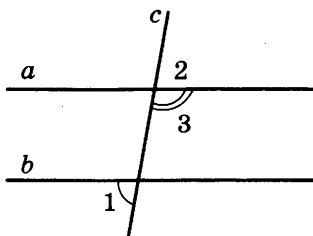
3. На рисунке $BC \parallel AD$, $BC = AD$. Докажите, что $AB = CD$. Найдите $\angle BAC$, если $\angle DCA = 85^\circ$.



1. Признак равенства прямоугольных треугольников по гипотенузе и катету.

2. С помощью циркуля и линейки постройте биссектрису данного угла.

3. На рисунке $\angle 3 = 100^\circ$, $\angle 1 = 80^\circ$. Докажите, что $a \parallel b$, и найдите $\angle 2$.



1. Доказательство теоремы о свойстве катета прямоугольного треугольника, лежащего против угла в 30° .

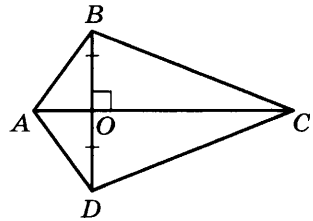
2. С помощью циркуля и линейки постройте середину данного отрезка.

3. В равнобедренном треугольнике периметр равен 150 см, боковая сторона больше основания на 15 см. Найдите все стороны этого треугольника.

1. Теорема о свойстве односторонних углов при пересечении двух параллельных прямых третьей прямой.

2. С помощью циркуля и линейки постройте перпендикуляр, проходящий из данной точки к данной прямой.

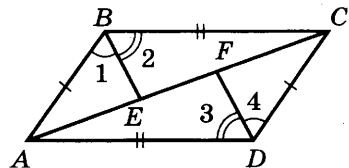
3. На рисунке $BD \perp AC$, $BO = OD$. Докажите, что $AB = AD$ и $BC = CD$. Найдите $\angle OBC$, если $\angle ODC = 65^\circ$.



1. Доказательство теоремы о свойстве односторонних углов при пересечении двух параллельных прямых третьей прямой.

2. Постройте треугольник по двум сторонам и углу между ними.

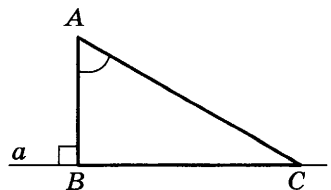
3. На рисунке $AB = CD$, $AD = BC$, $\angle 1 = \angle 4$, $\angle 2 = \angle 3$. Докажите, что $\triangle ABE = \triangle DCF$. Найдите $\angle BAE$, если $\angle FCD = 40^\circ$.



1. Доказательство теоремы о свойстве накрест лежащих углов при пересечении двух параллельных прямых третьей прямой.

2. Постройте треугольник по стороне и двум прилежащим к ней углам.

3. На рисунке $AB \perp a$, AC — наклонная к прямой a . Найдите AC , если $AB = 3$ см, $\angle A = 60^\circ$.



7 класс

Карточка 18

1. Доказательство теоремы о сумме углов треугольника.
2. Понятие перпендикуляра и наклонной к прямой. Расстояние от точки до прямой.
3. В равнобедренном прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 42 см. Найдите высоту, проведённую из вершины прямого угла.

7 класс

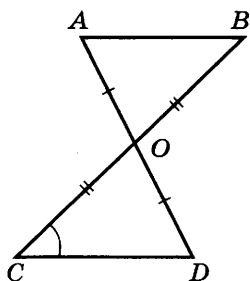
Карточка 19

1. Докажите, что в прямоугольном треугольнике один из углов равен 30° , если катет в 2 раза меньше гипотенузы.
2. Докажите, что если прямая пересекает одну из параллельных прямых, то она пересекает и другую прямую. Доказательство приведите методом от противного.
3. Периметр равнобедренного треугольника равен 65 см, его боковая сторона на 5 см меньше основания. Найдите стороны треугольника.

7 класс

Карточка 20

1. Определение и теорема о внешнем угле треугольника.
2. Практические способы построения параллельных прямых.
3. На рисунке $AO = OD$, $CO = OB$. Найдите угол ABO и сторону AB , если $\angle OCD = 70^\circ$, $CD = 12$ см.



7 класс

Карточка 21

1. Признак равенства прямоугольных треугольников по двум катетам.
2. Что такое аксиома, теорема, определение? Приведите примеры обратных теорем.
3. В равнобедренном треугольнике внешний угол при вершине равен 40° . Найдите углы этого треугольника.

8 класс

Самостоятельные работы

8 класс

С—1, В—1

1. Найдите сумму углов выпуклого семиугольника.
 2. Сколько сторон имеет выпуклый многоугольник, если каждый его угол равен 135° ?
 3. Периметр четырёхугольника равен 132 см, а одна из сторон больше каждой из других соответственно на 2 см, 4 см, 6 см. Найдите стороны четырёхугольника.
-

8 класс

С—1, В—2

1. Найдите сумму углов выпуклого двенадцатиугольника.
 2. Сколько сторон имеет выпуклый многоугольник, если каждый его угол равен 108° ?
 3. Найдите стороны четырёхугольника, если они относятся как числа $1 : 2 : 3 : 4$, а периметр четырёхугольника равен 90 см.
-

8 класс

С—2, В—1

1. На диагонали AC параллелограмма $ABCD$ отложены равные отрезки AE и CK . Докажите, что четырёхугольник $BEDK$ — параллелограмм.
 2. Найдите боковые стороны равнобедренной трапеции, основания которой равны 14 см и 8 см, а один из углов равен 120° .
-

8 класс

С—2, В—2

1. На сторонах MN и PK параллелограмма $KMNP$ отложены равные отрезки MA и PB . Докажите, что четырёхугольник $AMB P$ — параллелограмм.
2. Найдите меньшее основание равнобедренной трапеции, если её большее основание равно 16 см, боковая сторона 10 см, а один из углов равен 60° .

8 класс

С—3, В—1

1. Через точку пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AD и BC в точках E и F соответственно. Найдите стороны параллелограмма, если его периметр равен 28 см, $AE = 5$ см, $BF = 3$ см.

2. Найдите меньшую боковую сторону прямоугольной трапеции, основания которой равны 10 см и 6 см, а один из углов равен 45° .

8 класс

С—3, В—2

1. Биссектрисы углов A и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке M , лежащей на стороне BC . Найдите стороны параллелограмма, если его периметр равен 36 см.

2. Найдите боковую сторону равнобедренной трапеции, основания которой равны 12 см и 6 см, а один из углов равен 60° .

8 класс

С—4, В—1

1. Периметр прямоугольника равен 28 см. Найдите стороны прямоугольника, если одна из них в 6 раз больше другой.

2. В ромбе $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке O , $\angle D = 120^\circ$. Найдите углы треугольника BOC .

8 класс

С—4, В—2

1. Периметр прямоугольника равен 36 см. Найдите его стороны, если одна из них на 6 см меньше другой.

2. Диагонали KN и MP ромба $MNPK$ пересекаются в точке O , $\angle M = 160^\circ$. Найдите углы треугольника POK .

8 класс

С—5, В—1

1. Сколько потребуется кафельных плиток квадратной формы со стороной 20 см, чтобы облицевать ими часть стены, имеющей форму прямоугольника со сторонами 3 м и 2,4 м?

2. Найдите стороны прямоугольника, если его площадь равна 160 см^2 , а одна сторона в 2,5 раза меньше другой.

8 класс

С—5, В—2

1. Пол комнаты имеет форму квадрата со стороной 4 м. Сколько надо паркетных дощечек прямоугольной формы со сторонами 5 см и 20 см, чтобы покрыть весь пол паркетом?

2. Площадь прямоугольника 40 см^2 , а его периметр 26 см. Найдите стороны прямоугольника.

8 класс

С—6, В—1

1. Стороны AB и BC треугольника ABC равны соответственно 32 см и 44 см, а высота, проведённая к стороне AB , равна 22 см. Найдите высоту, проведённую к стороне BC .

2. Сторона ромба равна 12 см, а один из его углов равен 30° . Найдите площадь ромба.

3. Найдите площадь прямоугольной трапеции, у которой две меньшие стороны равны 30 см, а больший угол равен 135° .

8 класс

С—6, В—2

1. Площадь прямоугольного треугольника равна 64 см^2 . Найдите его катеты, если один из них в 2 раза больше другого.

2. Стороны параллелограмма равны 18 см и 30 см, а высота, проведённая к большей стороне, равна 6 см. Найдите высоту, проведённую к меньшей стороне параллелограмма.

3. Острый угол равнобедренной трапеции равен 45° , а высота, проведённая из вершины тупого угла, делит основание на отрезки 14 см и 34 см. Найдите площадь трапеции.

8 класс

С—7, В—1

1. Найдите сторону AD прямоугольника $ABCD$, если диагональ $AC = 13$ см, а сторона $AB = 12$ см.

2. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 17 см, а основание равно 30 см. Найдите высоту, проведённую к основанию, и площадь треугольника.

8 класс

С—7, В—2

1. В квадрате диагональ равна 12 см. Найдите его сторону.

2. В треугольнике стороны равны 10 см, 10 см и 12 см. Найдите высоту, проведённую к большей стороне, и площадь этого треугольника.

8 класс

С—8, В—1

1. Дан треугольник со сторонами 1,5 см, 2 см и 3 см. Найдите стороны треугольника, подобного данному, если его периметр равен 26 см.

2. В подобных треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ стороны BC и B_1C_1 сходственные. Известно, что $AB = 9$ см, $BC = 12$ см, $AC = 15$ см и $\frac{BC}{B_1C_1} = \frac{3}{4}$. Найдите стороны треугольника $A_1B_1C_1$.

8 класс

С—8, В—2

1. Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны, и их сходственные стороны относятся как 6 : 5. Площадь треугольника ABC больше площади треугольника $A_1B_1C_1$ на $7,7$ см². Найдите площади треугольников ABC и $A_1B_1C_1$.

2. В подобных треугольниках MNK и $M_1N_1K_1$ стороны MN и M_1N_1 сходственные. Известно, что $MN = 12$ см, $NK = 7$ см, $KM = 8$ см и $\frac{MN}{M_1N_1} = \frac{6}{5}$. Найдите стороны треугольника $M_1N_1K_1$.

1. Высота CD прямоугольного треугольника ABC делит гипотенузу AB на отрезки $AD = 16$ см и $BD = 9$ см. Докажите, что треугольник ACD подобен треугольнику CBD , и найдите высоту CD .

2. Точки M и N лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AC = 16$ см, $BC = 12$ см, $CM = 12$ см, $CN = 9$ см. Докажите, что $MN \parallel AB$.

1. Высота CD прямоугольного треугольника ABC отсекает от гипотенузы AB длиной 9 см отрезок AD , равный 4 см. Докажите, что треугольник ABC подобен треугольнику ACD , и найдите сторону AC .

2. Диагонали AC и BD четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке O , $AO = 18$ см, $OB = 15$ см, $OC = 12$ см, $OD = 10$ см. Докажите, что $ABCD$ — трапеция с основаниями AB и CD .

1. Площадь ромба равна 48 см^2 . Найдите площадь четырёхугольника, вершинами которого являются середины сторон данного ромба.

2. Начертите отрезок и разделите его в отношении $2 : 7$.

3. Стороны треугольника ABC равны 8 см, 5 см, 7 см. Найдите периметр треугольника, вершинами которого являются середины сторон треугольника ABC .

1. Площадь прямоугольника равна 36 см^2 . Найдите площадь четырёхугольника, вершинами которого являются середины сторон данного прямоугольника.

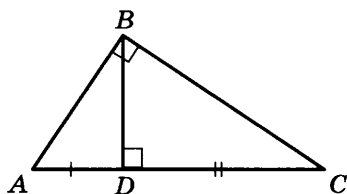
2. Начертите отрезок и разделите его в отношении $5 : 4$.

3. Диагонали параллелограмма равны 12 см и 14 см. Найдите периметр четырёхугольника, вершинами которого являются середины сторон данного параллелограмма.

8 класс

С—11, В—1

1. В треугольнике ABC , изображённом на рисунке, известно, что $\angle ABC = 90^\circ$, $BD \perp AC$, $AD = 12$ см, $CD = 16$ см. Найдите длины сторон BC , AB , BD .

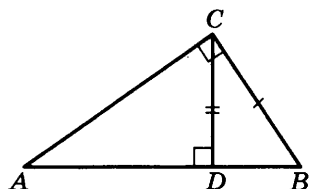


2. Постройте прямоугольный треугольник по острому углу и медиане, проведённой из вершины этого угла.

8 класс

С—11, В—2

1. В треугольнике ABC , изображённом на рисунке, известно, что $\angle C = 90^\circ$, $CD \perp AB$, $BC = 3$ см, $CD = \sqrt{8}$ см. Найдите длины сторон AB , AC , DB .



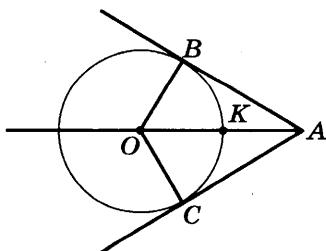
2. Постройте прямоугольный треугольник по острому углу и биссектрисе прямого угла.

8 класс

С—12, В—1

1. Прямая AB касается окружности с центром O радиуса r в точке B . Найдите AB , если $OA = 20$ см, $r = 15$ см.

2. На рисунке AB и AC — касательные к окружности. Точка K — середина отрезка AO — лежит на окружности. Найдите угол BAC .

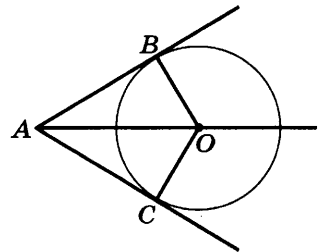


8 класс

С—12, В—2

1. Прямая AB касается окружности с центром O радиуса r в точке B . Найдите AB , если $\angle AOB = 60^\circ$, $r = 6$ см.

2. На рисунке AB и AC — касательные к окружности. $BO = 6$ см, $AO = 12$ см. Найдите угол между касательными.



8 класс

С—13, В—1

1. Вершины треугольника ABC лежат на окружности с центром O , $\angle AOB = 80^\circ$, $\sphericalangle AC : \sphericalangle BC = 2 : 3$. Найдите углы треугольника ABC .

2. Хорды MN и KZ окружности пересекаются в точке A , причём хорда MN делится точкой A на отрезки, равные 10 см и 6 см. На какие отрезки точка A делит хорду KZ , если длина KZ больше длины MN на 3 см?

8 класс

С—13, В—2

1. Вершины треугольника ABC лежат на окружности с центром O , $\angle ABC = 70^\circ$, $\sphericalangle BC : \sphericalangle AB = 3 : 2$. Найдите углы ACB и BAC треугольника ABC .

2. Хорды MN и KZ окружности пересекаются в точке A , причём хорда MN делится точкой A на отрезки, равные 1 см и 15 см. На какие отрезки точка A делит хорду KZ , если длина KZ в 2 раза меньше длины MN ?

8 класс

С—14, В—1

1. Биссектрисы углов при основании AC равнобедренного треугольника ABC пересекаются в точке O . Докажите, что прямая BO перпендикулярна к прямой AC .

2. Серединный перпендикуляр к стороне BC треугольника ABC пересекает сторону AC в точке D . Известно, что $BD = 15$ см, $AC = 18,5$ см. Найдите отрезки AD и DC .

8 класс

С—14, В—2

1. Треугольник ABC равнобедренный с основанием BC . Биссектрисы внешних углов при вершинах B и C треугольника ABC пересекаются в точке O . Докажите, что $OC = OB$.

2. Серединный перпендикуляр к стороне AB треугольника ABC пересекает сторону AC в точке M . Известно, что $BM = 7$ см, $AC = 12,5$ см. Найдите отрезки AM и MC .

8 класс

С—15, В—1

1. Центр описанной окружности лежит на высоте равнобедренного треугольника и делит высоту на отрезки, равные 5 см и 13 см. Найдите площадь этого треугольника.

2. В правильный треугольник вписана окружность. Найдите её радиус, если сторона этого треугольника равна 8 см.

8 класс

С—15, В—2

1. Центр описанной окружности лежит на высоте равнобедренного треугольника и делит высоту на отрезки, меньший из которых равен 8 см. Основание треугольника равно 12 см. Найдите площадь этого треугольника.

2. В правильный треугольник вписана окружность радиусом 3 см. Найдите сторону этого треугольника.

8 класс

С—16, В—1

1. В прямоугольнике $ABCD$ $AB = 3$ см, $BC = 4$ см, M — середина стороны BC . Найдите длины векторов \overrightarrow{AM} и \overrightarrow{AC} .

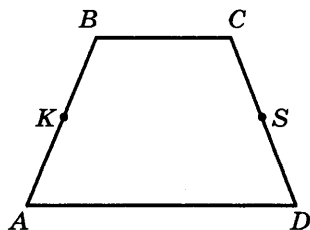
2. На рисунке $ABCD$ — равнобедренная трапеция, точки K и S — середины боковых сторон. Верно ли, что:

а) $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{DS}$;

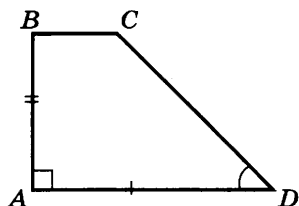
б) $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{BK}$;

в) $\overrightarrow{DS} = \overrightarrow{SC}$?

Ответ обоснуйте.



1. На рисунке изображена прямоугольная трапеция $ABCD$, в которой $\angle D = 45^\circ$, $AD = 24$ см, $AB = 10$ см. Найдите длины векторов \vec{BD} и \vec{CD} .



2. В параллелограмме $ABCD$ O — точка пересечения диагоналей. Верно ли, что:

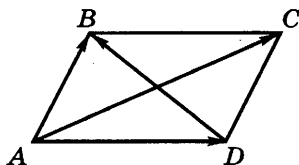
- $\vec{AO} = \vec{CO}$;
- $\vec{BO} = \vec{OD}$;
- $\vec{AB} = \vec{AD}$?

Ответ обоснуйте.

1. Дан прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой BC . Постройте вектор $\vec{p} = \vec{AB} + \vec{AC} - \vec{BC}$ и найдите $|\vec{p}|$, если $AB = 8$ см.

2. На рисунке $ABCD$ — параллелограмм. Выразите:

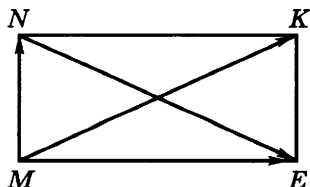
- \vec{AC} через \vec{AB} и \vec{AD} ;
- \vec{DB} через \vec{AB} и \vec{AD} .



1. Дан прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой AB . Постройте вектор $\vec{m} = \vec{BA} + \vec{BC} - \vec{CA}$ и найдите $|\vec{m}|$, если $BC = 9$ см.

2. На рисунке $MNKE$ — прямоугольник. Выразите:

- \vec{MK} через \vec{MN} и \vec{ME} ;
- \vec{NE} через \vec{MN} и \vec{ME} .



8 класс

С—18, В—1

1. Начертите два неколлинеарных вектора \vec{a} и \vec{b} так, что $|\vec{a}| = 3$ см, $|\vec{b}| = 2$ см. Постройте вектор $\vec{p} = 3\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$.

2. В параллелограмме $KMNP$ точка B — середина стороны MN , A — точка на отрезке PN , такая, что $PA : AN = 2 : 1$. Выразите векторы \vec{MA} и \vec{AB} через векторы $\vec{m} = \vec{KM}$ и $\vec{n} = \vec{KP}$.

8 класс

С—18, В—2

1. Начертите два неколлинеарных вектора \vec{m} и \vec{n} так, что $|\vec{m}| = 2$ см, $|\vec{n}| = 3$ см. Постройте вектор $\vec{a} = 2\vec{m} - \frac{1}{3}\vec{n}$.

2. В параллелограмме $ABCD$ точка M — середина стороны CD , N — точка на стороне AD , такая, что $AN : ND = 1 : 2$. Выразите векторы \vec{CN} и \vec{MN} через векторы $\vec{b} = \vec{BC}$ и $\vec{a} = \vec{BA}$.

8 класс

С—19, В—1

1. Точка K делит отрезок MN в отношении $MK : KN = 3 : 4$. Выразите вектор \vec{AM} через векторы $\vec{a} = \vec{AK}$ и $\vec{b} = \vec{AN}$, где A — произвольная точка, не лежащая на прямой MN .

2. Высота, проведённая из вершины тупого угла равнобедренной трапеции, делит большее основание трапеции на два отрезка, меньший из которых равен 2 см. Найдите большее основание трапеции, если её средняя линия равна 8 см.

8 класс

С—19, В—2

1. Точка A делит отрезок \vec{EF} в отношении $\vec{EA} : \vec{AF} = 2 : 5$. Выразите вектор \vec{KE} через векторы $\vec{m} = \vec{KA}$ и $\vec{n} = \vec{KF}$, где K — произвольная точка, не лежащая на прямой EF .

2. Высота, проведённая из вершины тупого угла равнобедренной трапеции, делит среднюю линию трапеции на отрезки, равные 2 см и 6 см. Найдите основания трапеции.

8 класс

С—20, В—1

1. Меньшее основание равнобедренной трапеции равно 6 м, большее — 12 м, угол при основании равен 60° . Найдите радиус описанной около трапеции окружности.

2. Стороны треугольника равны 12 м, 16 м и 20 м. Найдите высоту, проведённую из вершины большего угла.

8 класс

С—20, В—2

1. В прямоугольный треугольник вписан квадрат, имеющий с ним общий угол. Найдите площадь квадрата, если катеты треугольника 15 м и 10 м.

2. Найдите площадь равнобедренной трапеции, описанной около окружности радиуса 4 см, если известно, что боковая сторона трапеции равна 10 см.

8 класс

С—21, В—1

1. В треугольнике ABC стороны $AB = 4$ см, $AC = 7$ см, $\angle A = 30^\circ$. Найдите площадь треугольника и высоту, проведённую к стороне AB .

2. Боковая сторона равнобедренной трапеции равна $\sqrt{13}$, а основания равны 2 и 6. Найдите диагональ трапеции.

8 класс

С—21, В—2

1. В треугольнике ABC стороны $AB = 6$ см, $AC = 8$ см. Высота, опущенная на сторону AB , равна 4 см. Найдите площадь треугольника ABC и угол A .

2. Основания трапеции 10 м и 31 м, а боковые стороны 20 м и 13 м. Найдите высоту трапеции.

Контрольные работы

8 класс

К—1, В—1

1. Диагонали прямоугольника $ABCD$ пересекаются в точке O . Найдите угол между диагоналями, если $\angle ABO = 30^\circ$.

2. В параллелограмме $KMNP$ проведена биссектриса угла K , которая пересекает сторону MN в точке E .

а) Докажите, что треугольник KME равнобедренный.

б) Найдите сторону KP , если $ME = 10$ см, а периметр параллелограмма равен 52 см.

8 класс

К—1, В—2

1. Диагонали ромба $KMNP$ пересекаются в точке O . Найдите углы треугольника KMO , если $\angle MNP = 80^\circ$.

2. На стороне BC параллелограмма $ABCD$ взята точка M так, что $AB = BM$.

а) Докажите, что AM — биссектриса угла BAD .

б) Найдите периметр параллелограмма, если $CD = 8$ см, $CM = 4$ см.

8 класс

К—2, В—1

1. Смежные стороны параллелограмма равны 32 см и 26 см, а один из его углов равен 150° . Найдите площадь параллелограмма.

2. Площадь прямоугольной трапеции равна 120 см², а её высота равна 8 см. Найдите все стороны трапеции, если одно из её оснований на 6 см больше другого.

3. Найдите площадь ромба, если его сторона равна 20 см, а диагонали относятся как 3 : 4.

8 класс

К—2, В—2

1. Одна из диагоналей параллелограмма является его высотой и равна 9 см. Найдите стороны параллелограмма, если его площадь равна 108 см^2 .

2. Найдите площадь трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC , если $AB = 12 \text{ см}$, $BC = 14 \text{ см}$, $AD = 30 \text{ см}$, $\angle B = 150^\circ$.

3. Одна из диагоналей ромба на 4 см больше другой, а площадь ромба равна 96 см^2 . Найдите сторону ромба.

8 класс

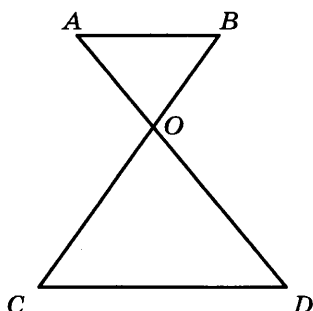
К—3, В—1

1. На рисунке $AB \parallel CD$.

а) Докажите, что $AO \cdot OC = BO \cdot OD$.

б) Найдите AB , если $BC = 24 \text{ см}$, $OB = 9 \text{ см}$, $CD = 25 \text{ см}$.

2. Найдите отношение площадей треугольников ABC и KMN , если $AB = 8 \text{ см}$, $BC = 12 \text{ см}$, $AC = 16 \text{ см}$, $KM = 10 \text{ см}$, $MN = 15 \text{ см}$, $KN = 20 \text{ см}$.



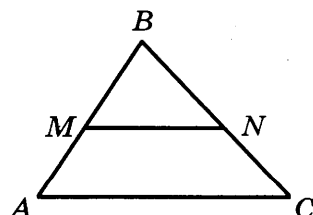
8 класс

К—3, В—2

1. На рисунке $MN \parallel AC$.

а) Докажите, что $AB \cdot BN = CB \cdot BM$.

б) Найдите MN , если $AM = 6 \text{ см}$, $BM = 8 \text{ см}$, $AC = 21 \text{ см}$.



2. Найдите отношение площадей треугольников PQR и ABC , если $PQ = 16 \text{ см}$, $QR = 20 \text{ см}$, $PR = 28 \text{ см}$, $AB = 12 \text{ см}$, $BC = 15 \text{ см}$, $AC = 21 \text{ см}$.

8 класс

К—4, В—1

1. В прямоугольном треугольнике ABC $\angle A = 90^\circ$, $AB = 20$ см, высота AD равна 12 см. Найдите AC и $\cos C$.

2. Диагональ BD параллелограмма $ABCD$ перпендикулярна к стороне AD , $AB = 12$ см, $\angle A = 60^\circ$. Найдите площадь параллелограмма.

3. Боковая сторона трапеции, равная $5\sqrt{2}$ см, образует с большим основанием угол в 45° . Основания трапеции равны 12 см и 20 см. Найдите площадь трапеции.

8 класс

К—4, В—2

1. В прямоугольном треугольнике ABC высота BD равна 24 см и отсекает от гипотенузы AC отрезок DC , равный 18 см. Найдите AB и $\cos A$.

2. Диагональ AC прямоугольника $ABCD$ равна 8 см и составляет со стороной AD угол в 45° . Найдите площадь прямоугольника.

3. В прямоугольной трапеции один из углов равен 135° , средняя линия равна 18 см, а основания относятся как 1 : 8. Найдите основания трапеции и её площадь.

8 класс

К—5, В—1

1. Через точку A окружности проведены диаметр AC и две хорды AB и AD , равные радиусу этой окружности. Найдите углы четырёхугольника $ABCD$ и градусные меры дуг AB , BC , CD , AD .

2. Основание AB равнобедренного треугольника ABC равно 18 см, а боковая сторона BC равна 15 см. Найдите радиусы вписанной в треугольник и описанной около треугольника окружностей.

3. Из точки K к окружности с центром O проведены две прямые, касающиеся данной окружности в точках M и N . Найдите отрезки KM и KN , если $OK = 12$ см, $\angle MON = 120^\circ$.

1. Отрезок BD — диаметр окружности с центром O . Хорда AC делит пополам радиус OB и перпендикулярна к нему. Найдите углы четырёхугольника $ABCD$ и градусные меры дуг AB , BC , CD , AD .

2. Высота CD , проведённая к основанию AB равнобедренного треугольника ABC , равна 3 см, $AB = 8$ см. Найдите радиусы вписанной в треугольник и описанной около треугольника окружностей.

3. Из точки K к окружности с центром O проведены две прямые, касающиеся данной окружности в точках M и N . Найдите отрезки KM и KN , если $OM = 9$ см, $\angle MON = 120^\circ$.

1. Точки E и F лежат на сторонах AD и BC соответственно параллелограмма $ABCD$, причём $AE = ED$, $BF : FC = 4 : 3$.

а) Выразите вектор \vec{EF} через векторы $\vec{m} = \vec{AB}$ и $\vec{n} = \vec{AD}$.

б) Может ли при каком-нибудь значении x выполняться равенство $\vec{EF} = x \cdot \vec{CD}$?

2. В прямоугольной трапеции боковые стороны равны 15 см и 17 см, средняя линия равна 6 см. Найдите основания трапеции.

1. Точка K лежит на стороне AB , а точка M — на стороне CD параллелограмма $ABCD$, причём $AK = KB$, $CM : MD = 2 : 5$.

а) Выразите вектор \vec{KM} через векторы $\vec{p} = \vec{AB}$ и $\vec{q} = \vec{AD}$.

б) Может ли при каком-нибудь значении x выполняться равенство $\vec{KM} = x \cdot \vec{CB}$?

2. Один из углов прямоугольной трапеции равен 120° , большая боковая сторона равна 20 см, а средняя линия равна 7 см. Найдите основания трапеции.

8 класс

К—7, В—1

1. Основание равнобедренного треугольника равно 30 м, а высота, проведённая из вершины основания к боковой стороне, равна 24 м. Найдите площадь треугольника.

2. Найдите площадь равнобедренной трапеции, описанной около окружности радиусом 4 см, если боковая сторона трапеции равна 10 см.

8 класс

К—7, В—2

1. Боковая сторона равнобедренной трапеции равна $\sqrt{13}$ м, а её основания равны 3 м и 4 м. Найдите диагональ трапеции.

2. Около равнобедренного треугольника ABC с основанием $AC = 12$ см описана окружность, радиус которой 10 см. Найдите площадь треугольника ABC .

Итоговый зачёт

8 класс

Карточка 1

1. Определение выпуклого многоугольника. Сумма его внутренних углов.

2. Касательная к окружности. Теорема о свойстве касательной.

3. Найдите стороны прямоугольника, если его площадь равна 75 см^2 , а одна сторона в 3 раза больше другой.

8 класс

Карточка 2

1. Определение параллелограмма. Доказательство свойств его углов и диагоналей.

2. Взаимное расположение прямой и окружности.

3. Найдите высоты треугольника со сторонами 5 см, 5 см и 6 см.

8 класс

Карточка 3

1. Признаки параллелограмма. Доказательство одного из них.

2. Теорема о свойстве двух касательных к окружности, проведённых из одной точки (доказательство).

3. Дан треугольник, стороны которого равны 8 см, 5 см и 7 см. Найдите периметр и площадь треугольника, подобного данному, если коэффициент подобия равен $\frac{1}{4}$.

8 класс

Карточка 4

1. Определение трапеции, виды трапеции. Свойства углов и диагоналей равнобедренной трапеции.

2. Определения центрального и вписанного углов. Теорема о свойстве вписанного угла.

3. Площадь прямоугольного треугольника равна 168 см^2 . Найдите катеты, если отношение их длин равно $\frac{7}{12}$.

8 класс

Карточка 5

1. Теорема Фалеса. Доказательство. С помощью циркуля и линейки разделить данный отрезок на 5 равных частей.

2. Теорема о произведении отрезков пересекающихся хорд.

3. Найдите площадь прямоугольной трапеции, у которой две меньшие стороны равны 16 см каждая, а больший угол равен 135° .

8 класс

Карточка 6

1. Определение прямоугольника. Свойства его диагоналей.

2. Теорема о биссектрисе угла.

3. В треугольнике ABC стороны $AB = 6$ см, $BC = 8$ см, $\angle B = 90^\circ$. Найдите: $|\vec{BA}| - |\vec{BC}|$; $|\vec{BA} - \vec{BC}|$; $|\vec{AB}| + |\vec{BC}|$; $|\vec{AB} + \vec{BC}|$.

8 класс

Карточка 7

1. Определение ромба. Свойства его диагоналей. Доказательство.

2. Теорема о серединном перпендикуляре к отрезку.

3. Сумма двух противоположных сторон описанного четырёхугольника равна 12 см, а радиус вписанной в него окружности равен 5 см. Найдите площадь четырёхугольника.

8 класс

Карточка 8

1. Определение квадрата. Свойства сторон, углов и диагоналей.

2. Теорема о пересечении медиан треугольника.

3. Прямая, параллельная стороне AB треугольника ABC , делит сторону AC в отношении $2 : 7$, считая от вершины A . Найдите периметр отсечённого треугольника, если $AB = 10$ см, $BC = 18$ см, $CA = 21,5$ см.

8 класс

Карточка 9

1. Осевая симметрия. Определение и построение фигуры, симметричной данной относительно оси.

2. Вписанная окружность. Теорема об окружности, вписанной в треугольник.

3. Найдите площадь трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD , если $AB = 10$ см, $BC = DA = 13$ см, $CD = 20$ см.

8 класс

Карточка 10

1. Понятие площади фигуры. Единицы измерения площадей. Свойства площадей.

2. Описанная окружность. Теорема об окружности, описанной около треугольника.

3. В параллелограмме $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O . Выразите через векторы $\vec{a} = \vec{AB}$ и $\vec{b} = \vec{AD}$ векторы: $\vec{DC} + \vec{CB}$, $\vec{BO} + \vec{OC}$, $\vec{BO} - \vec{OC}$, $\vec{BA} - \vec{DA}$.

8 класс

Карточка 11

1. Площади квадрата и прямоугольника.

2. Свойство углов вписанного четырёхугольника.

3. Найдите углы ромба, если его диагонали равны $2\sqrt{3}$ м и 2 м.

8 класс

Карточка 12

1. Вывод формулы площади параллелограмма.

2. Свойство сторон описанного четырёхугольника.

3. Даны два неколлинеарных вектора \vec{p} и \vec{q} , начала которых не совпадают. Постройте векторы $\vec{m} = 2\vec{p} - \frac{1}{2}\vec{q}$ и $\vec{n} = \vec{p} + 3\vec{q}$.

8 класс

Карточка 13

1. Вывод формулы площади треугольника.
2. Определение вектора. Равенство векторов. Противоположные векторы. Откладывание от данной точки вектора, равного данному.
3. Прямые AB и AC касаются окружности с центром O в точках B и C . Найдите отрезок BC , если $\angle OAB = 30^\circ$, $AB = 5$ см.

8 класс

Карточка 14

1. Вывод формулы площади трапеции.
2. Сложение двух векторов. Правила треугольника, параллелограмма, многоугольника.
3. Хорда AB стягивает дугу, равную 119° , а хорда AC — дугу, равную 43° . Найдите угол BAC .

8 класс

Карточка 15

1. Теорема Пифагора. Доказательство.
2. Правило вычитания двух векторов.
3. Найдите периметр ромба $ABCD$, если $\angle C = 120^\circ$, $AC = 10,5$ см.

8 класс

Карточка 16

1. Определение подобных треугольников. Теорема об отношении площадей двух подобных треугольников.
2. Правило умножения вектора на число.
3. Через точку A окружности проведены касательная и хорда, равная радиусу окружности. Найдите угол между ними.

8 класс

Карточка 17

1. Первый признак подобия треугольников. Доказательство.
2. Теорема о средней линии трапеции. Доказательство с помощью векторов.
3. Найдите $\sin \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{1}{3}$.

8 класс**Карточка 18**

1. Второй признак подобия треугольников. Доказательство.

2. Законы сложения векторов. Доказательство.

3. Стороны прямоугольника равны 3 см и $\sqrt{3}$ см. Найдите углы, которые образует диагональ со сторонами прямоугольника.

8 класс**Карточка 19**

1. Третий признак подобия треугольников. Доказательство.

2. Докажите, что $\vec{OC} = \frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{OB})$, где O — произвольная точка плоскости, C — середина отрезка AB .

3. В прямоугольном треугольнике ABC катет AC равен 10 см, $\angle B = 60^\circ$. Найдите второй катет BC , гипотенузу AB и площадь этого треугольника.

8 класс**Карточка 20**

1. Определение и свойство средней линии треугольника.

2. Построение касательной из данной точки к данной окружности.

3. В параллелограмме $ABCD$ сторона AB равна 12 см, $\angle A = 45^\circ$. Найдите площадь параллелограмма, если его диагональ $BD \perp AD$.

8 класс**Карточка 21**

1. Теорема о пропорциональных отрезках в прямоугольном треугольнике.

2. Построение треугольника по двум углам и биссектрисе при вершине третьего угла методом подобия.

3. Боковая сторона равнобедренной трапеции равна 48 см, а средняя линия делится диагональю на два отрезка, равные 11 см и 35 см. Найдите углы трапеции.

8 класс**Карточка 22**

1. Синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного треугольника. Доказательство основного тригонометрического тождества.

2. Задача об определении высоты предмета.

3. Точка касания окружности, вписанной в равнобедренный треугольник, делит одну из боковых сторон на отрезки длиной 3 см и 4 см, считая от основания. Найдите периметр треугольника.

8 класс**Карточка 23**

1. Значения тригонометрических функций для угла в 30° (вывод).

2. Задача об определении расстояния до недоступной точки.

3. Сторона равностороннего треугольника ABC равна a . Найдите векторы: $|\vec{AB} + \vec{BC}|$, $|\vec{AB} + \vec{AC}|$, $|\vec{BA} - \vec{BC}|$.

8 класс**Карточка 24**

1. Значения тригонометрических функций для угла в 60° (вывод).

2. Теорема об отношении периметров подобных многоугольников.

3. Найдите площадь трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC , если $AB = CD = 5$ см, $BC = 7$ см, $AD = 13$ см.

8 класс**Карточка 25**

1. Значения тригонометрических функций для угла в 45° (вывод).

2. Центральная симметрия. Построение треугольника, симметричного данному относительно точки O .

3. Хорды AB и CD пересекаются в точке E . Найдите отрезок ED , если $AE = 5$ см, $BE = 2$ см, $CE = 2,5$ см.

9 класс

Самостоятельные работы

9 класс

С—1, В—1

1. В прямоугольной системе координат постройте векторы $\vec{a}\{2; 0\}$; $\vec{b}\{3; -2\}$; $\vec{c}\{0; -2\}$; $\vec{e}\{-1; -1\}$.

2. Найдите координаты векторов $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$, $2\vec{a} + 3\vec{b}$, если $\vec{a}\{3; -5\}$; $\vec{b}\{2; 3\}$.

3. Векторы $\vec{a}\{3; -6\}$ и $\vec{b}\{9; y\}$ коллинеарны. Найдите число y .

9 класс

С—1, В—2

1. В прямоугольной системе координат постройте векторы $\vec{n}\{3; 0\}$; $\vec{m}\{4; -1\}$; $\vec{c}\{0; -3\}$; $\vec{d}\{-1; -1\}$.

2. Найдите координаты векторов $\vec{m} + \vec{n}$, $\vec{m} - \vec{n}$, $3\vec{m} - 2\vec{n}$, если $\vec{m}\{4; -2\}$; $\vec{n}\{5; 3\}$.

3. Векторы $\vec{m}\{x; 10\}$ и $\vec{n}\{-2; 5\}$ коллинеарны. Найдите число x .

9 класс

С—2, В—1

1. На оси ординат найдите точку $M(0; y)$, равноудалённую от точек $A(-3; 5)$ и $B(6; 4)$.

2. Докажите, что четырёхугольник $MNPQ$ является параллелограммом, если $M(1; 1)$, $N(6; 1)$, $P(7; 4)$, $Q(2; 4)$.

3. Основания прямоугольной трапеции равны 6 см и 8 см, а высота 5 см. Найдите длину отрезка, соединяющего середины оснований трапеции.

1. На оси абсцисс найдите точку $N(x; 0)$, равноудалённую от точек $A(1; 2)$ и $B(-3; 4)$.

2. Докажите, что четырёхугольник $MNPQ$ является параллелограммом, если $M(-5; 1)$, $N(-4; 4)$, $P(-1; 5)$, $Q(-2; 2)$.

3. Основания равнобедренной трапеции равны 8 м и 12 м, а высота 6 м. Найдите длину отрезков, соединяющих концы одной боковой стороны с серединой другой боковой стороны.

1. Постройте окружность, заданную уравнением $(x - 1)^2 + y^2 = 4$.

2. Напишите уравнение окружности с центром в точке $A(0; -6)$, проходящей через точку $B(3; -2)$.

3. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(4; 6)$, $B(-4; 0)$, $C(-1; -4)$. Напишите уравнение прямой, содержащей медиану CM .

4. Точка B — середина отрезка AC , длина которого равна 2. Найдите множество всех точек M , для каждой из которых верно равенство $AM^2 + 2BM^2 + 3CM^2 = 4$.

1. Постройте окружность, заданную уравнением $(x + 5)^2 + (y - 3)^2 = 25$.

2. Напишите уравнение окружности с центром в начале координат, проходящей через точку $B(1; -3)$.

3. Даны координаты вершин трапеции $ABCD$: $A(-2; -2)$, $B(-3; 1)$, $C(7; 7)$, $D(3; 1)$. Напишите уравнение прямой, содержащей диагональ трапеции AC .

4. Точка D — середина отрезка NK , длина которого равна 2. Найдите множество всех точек P , для каждой из которых верно равенство $NP^2 + DP^2 + KP^2 = 50$.

9 класс

С—4, В—1

1. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.
2. Постройте угол A , если $\cos A = -\frac{3}{4}$.
3. Постройте угол B , если $\sin B = \frac{1}{2}$.

9 класс

С—4, В—2

1. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.
2. Постройте угол A , если $\sin A = \frac{2}{5}$.
3. Постройте угол B , если $\cos B = \frac{3}{4}$.

9 класс

С—5, В—1

1. Используя теорему синусов, решите треугольник ABC , если $AB = 8$ см, $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 45^\circ$.
2. Найдите площадь треугольника ABC , если $BC = 41$ м, $\angle A = 32^\circ$, $\angle C = 120^\circ$.
3. Используя теорему косинусов, решите треугольник ABC , если $AB = 5$ см, $AC = 7,5$ см, $\angle A = 135^\circ$.

9 класс

С—5, В—2

1. Используя теорему синусов, решите треугольник ABC , если $AB = 5$ см, $\angle B = 45^\circ$, $\angle C = 60^\circ$.
2. Найдите площадь треугольника ABC , если $BC = 4,125$ м, $\angle B = 44^\circ$, $\angle C = 72^\circ$.
3. Используя теорему косинусов, решите треугольник ABC , если $AC = 0,6$ дм, $BC = \frac{\sqrt{3}}{4}$ дм, $\angle C = 150^\circ$.

9 класс

С—6, В—1

1. Найдите углы треугольника ABC , если $A(-1; \sqrt{3})$, $B(1; -\sqrt{3})$, $C\left(\frac{1}{2}; \sqrt{3}\right)$.
2. При каком значении x векторы $\vec{p} = x\vec{a} + 17\vec{b}$ и $\vec{q} = 3\vec{a} - \vec{b}$ перпендикулярны, если $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 5$ и $\widehat{ab} = 120^\circ$?

1. Докажите, что треугольник с вершинами $A(3; 0)$, $B(1; 5)$ и $C(2; 1)$ тупоугольный. Найдите косинус тупого угла.

2. Вычислите скалярное произведение векторов $\vec{p} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$ и $\vec{q} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$, если $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{c}| = 4$ и $\vec{a} \perp \vec{b}$.

1. Найдите углы правильного n -угольника, если $n = 10$.

2. Сколько сторон имеет правильный n -угольник, если каждый его угол равен 135° ?

3. Докажите, что три вершины правильного шестиугольника, взятые через одну, служат вершинами правильного треугольника.

4. Найдите площадь правильного n -угольника, если $n = 6$, $r = 9$ см, где r — радиус вписанной окружности.

1. Найдите углы правильного n -угольника, если $n = 8$.

2. Сколько сторон имеет правильный n -угольник, если каждый его угол равен 120° ?

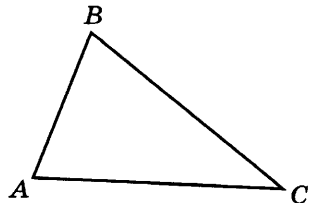
3. Докажите, что четыре вершины правильного восьмиугольника, взятые через одну, служат вершинами квадрата.

4. Найдите площадь правильного n -угольника, если $n = 4$, $R = 3\sqrt{2}$ см, где R — радиус описанной окружности.

1. Найдите длину окружности, описанной около прямоугольного треугольника с катетами a и b .
2. Найдите площадь круга, вписанного в равносторонний треугольник со стороной a .
3. Найдите длину дуги окружности радиуса 6 см, если её градусная мера равна 45° .
4. Из круга, радиус которого 10 см, вырезан сектор с дугой в 60° . Найдите площадь оставшейся части круга.

1. Найдите длину окружности, описанной около правильного треугольника со стороной a .
2. Найдите площадь круга, вписанного в прямоугольный треугольник с катетом a и прилежащим к нему острым углом α .
3. Найдите длину дуги окружности радиуса 6 см, если её градусная мера равна 30° .
4. Площадь сектора с центральным углом в 135° равна S . Найдите радиус сектора.

1. Даны прямая a и четырёхугольник $ABCD$. Постройте фигуру F , на которую отображается данный четырёхугольник при осевой симметрии с осью a . Что представляет собой фигура F ?
2. Дан треугольник ABC . Постройте фигуру F , симметричную данному треугольнику ABC относительно:
 - а) точки C ;
 - б) середины стороны AC .



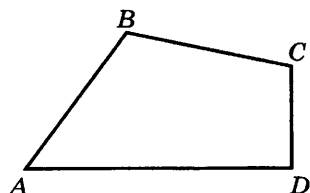
9 класс

С—9, В—2

1. Даны прямая l и треугольник ABC . Постройте фигуру F , на которую отображается треугольник ABC при осевой симметрии с осью l . Что представляет собой фигура F ?

2. Дан четырёхугольник $ABCD$. Постройте фигуру F , симметричную данному четырёхугольнику относительно:

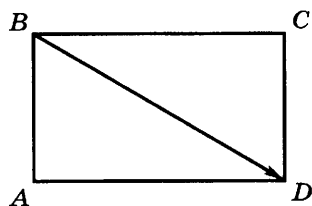
- точки C ;
- середины стороны AD .



9 класс

С—10, В—1

1. Дан прямоугольник $ABCD$. Постройте фигуру F , которая получится из прямоугольника $ABCD$ в результате параллельного переноса на вектор \vec{BD} . Что представляет собой фигура F ?

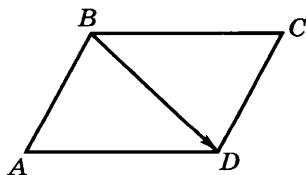


2. Постройте треугольник, который получится из данного равнобедренного треугольника ABC в результате поворота вокруг точки B на угол 150° против часовой стрелки.

9 класс

С—10, В—2

1. Дан параллелограмм $ABCD$. Постройте фигуру F , которая получится из параллелограмма $ABCD$ в результате параллельного переноса на вектор \vec{BD} . Что представляет собой фигура F ?



2. Постройте треугольник, который получится из данного прямоугольного треугольника MNK в результате поворота вокруг вершины прямого угла N на угол 120° по часовой стрелке.

9 класс

С—11, В—1

1. Даны векторы $\vec{a} \{3; 4\}$; $\vec{b} \{6; -8\}$; $\vec{c} \{1; 5\}$. Найдите:
а) координаты векторов $\vec{r} = 2\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$, $\vec{s} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$;
б) $|\vec{a}|$ и $|\vec{b}|$.

2. На оси абсцисс найдите точку M , равноудалённую от точек $M_1(-2; 4)$ и $M_2(6; 8)$.

3. Найдите координаты центра O и радиус окружности, заданной уравнением $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$.

9 класс

С—11, В—2

1. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$, вершины которого имеют координаты $A(3; 2)$, $B(0; 5)$, $C(-3; 2)$, $D(0; -1)$, является квадратом.

2. Найдите точку D на оси ординат, равноудалённую от точек $A(5; 4)$ и $B(4; -3)$.

3. Найдите координаты центра и радиус окружности, заданной уравнением $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$.

9 класс

С—12, В—1

1. В треугольнике DEF стороны $ED = 4,5$ дм, $EF = 9,9$ дм, $DF = 7$ дм. Найдите углы треугольника DEF .

2. Найдите значение x , при котором векторы $\vec{p} = 6\vec{a} + x\vec{b}$ и $\vec{q} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ перпендикулярны, если $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 2$, $\hat{a}\vec{b} = 120^\circ$.

9 класс

С—12, В—2

1. В треугольнике ABC стороны $AB = 3$ см, $BC = 3,3$ см, $\angle A = 48^\circ 30'$. Найдите остальные углы и сторону AC .

2. При каком значении x векторы $\vec{m} = 2\vec{a} + x\vec{b}$ и $\vec{n} = -\vec{a} + 3\vec{b}$ перпендикулярны, если $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, $\hat{a}\vec{b} = 60^\circ$?

1. Сколько сторон имеет правильный n -угольник, один из внешних углов которого равен 72° ?

2. В круг, площадь которого равна 36π см², вписан правильный шестиугольник. Найдите сторону этого шестиугольника и его площадь.

1. Один из внешних углов правильного n -угольника равен 40° . Сколько сторон имеет этот n -угольник?

2. На стороне правильного треугольника, вписанного в окружность радиуса 3 дм, построен квадрат. Найдите радиус окружности, описанной около квадрата.

Контрольные работы

9 класс

К—1, В—1

1. Найдите координаты и длину вектора \vec{a} , если $\vec{a} = -\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$, $\vec{b} \{3; -2\}$, $\vec{c} \{-6; 2\}$.

2. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(-6; 1)$, $B(2; 4)$, $C(2; -2)$. Докажите, что треугольник ABC равнобедренный, и найдите высоту треугольника, проведённую из вершины A .

3. Окружность задана уравнением $(x - 1)^2 + y^2 = 9$. Напишите уравнение прямой, проходящей через её центр и параллельной оси ординат.

9 класс

К—1, В—2

1. Найдите координаты и длину вектора \vec{a} , если $\vec{a} = \frac{1}{3}\vec{b} - \vec{c}$, $\vec{b} \{3; -9\}$, $\vec{c} \{-6; 2\}$.

2. Даны координаты вершин параллелограмма $ABCD$: $A(-6; 1)$, $B(0; 5)$, $C(6; -4)$, $D(0; -8)$. Докажите, что $ABCD$ — прямоугольник, и найдите координаты точки пересечения его диагоналей O .

3. Окружность задана уравнением $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 16$. Напишите уравнение прямой, проходящей через её центр и параллельной оси абсцисс.

9 класс

К—2, В—1

1. Найдите угол между лучом OA и положительной полуосью Ox , если $A(-1; 1)$.

2. Найдите стороны и углы треугольника ABC , если $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 105^\circ$, $BC = 3\sqrt{2}$ см.

3. Найдите косинус угла M треугольника KCM , если $K(1; 7)$, $C(-2; 4)$, $M(2; 0)$.

9 класс

К—2, В—2

1. Найдите угол между лучом OA и положительной полуосью Ox , если $A(3; 3)$.

2. Найдите стороны и углы треугольника ABC , если $\angle B = 45^\circ$, $\angle C = 60^\circ$, $BC = \sqrt{3}$ см.

3. Найдите косинус угла C треугольника KCM , если $K(3; 9)$, $C(0; 6)$, $M(4; 2)$.

9 класс

К—3, В—1

1. Периметр правильного треугольника, вписанного в окружность, равен 45 см. Найдите сторону правильного четырёхугольника, вписанного в ту же окружность.

2. Найдите площадь круга, если площадь вписанного в окружность квадрата равна 72 дм².

3. Радиус окружности равен 8 см, а градусная мера дуги равна 150°. Найдите длину этой дуги.

9 класс

К—3, В—2

1. Периметр правильного шестиугольника, вписанного в окружность, равен 48 м. Найдите сторону квадрата, вписанного в ту же окружность.

2. Найдите длину окружности, если площадь вписанного в окружность правильного шестиугольника равна $72\sqrt{3}$ см².

3. Радиус круга равен 12 дм, а градусная мера дуги равна 120°. Найдите площадь ограниченного этой дугой сектора.

1. Дана трапеция $ABCD$. Постройте фигуру, на которую отображается эта трапеция при симметрии относительно прямой, содержащей боковую сторону AB .

2. Дан прямоугольник $ABCD$, где O — точка пересечения его диагоналей. Точка M симметрична точке O относительно стороны BC . Докажите, что четырёхугольник $MODC$ — параллелограмм. Найдите его периметр, если стороны прямоугольника равны 6 см и 8 см.

3. Докажите, что равносторонний треугольник ABC отображается на себя при повороте вокруг точки O на 120° по часовой стрелке, где O — точка пересечения его медиан.

1. Дана трапеция $ABCD$. Постройте фигуру, на которую отображается эта трапеция при симметрии относительно прямой, содержащей её основание AD .

2. Дан прямоугольник $MNKP$, где O — точка пересечения его диагоналей. Точка D симметрична точке O относительно стороны MP . Докажите, что четырёхугольник $MOPD$ — ромб. Найдите его периметр, если стороны прямоугольника равны 7 см и 24 см.

3. Докажите, что квадрат $ABCD$ отображается на себя при повороте вокруг точки O на 90° против часовой стрелки, где O — точка пересечения его диагоналей.

1. Радиус окружности, описанной около прямоугольника, равен 5 см. Одна сторона прямоугольника равна 6 см. Вычислите:

- площадь прямоугольника;
- угол между диагоналями прямоугольника.

2. Напишите уравнение окружности с центром на прямой $y = 4$ и касающейся оси абсцисс в точке $(3; 0)$.

3. В правильный треугольник со стороной 4 см вписана окружность и около него описана другая окружность. Найдите площадь кольца, заключённого между этими окружностями.

4. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 20 см, а угол при вершине равен 84° . Найдите периметр этого треугольника.

1. Даны точки $A(-4; 3)$, $B(3; 10)$, $C(6; 7)$, $D(-1; 0)$. Докажите, что $ABCD$ — параллелограмм, и найдите его периметр.

2. Напишите уравнение окружности с центром в точке A , проходящей через точку B , если $A(2; -3)$, $B(-2; 2)$.

3. В окружность радиусом 10 см вписан квадрат $ABCD$. Найдите площадь кольца, ограниченного данной и вписанной в квадрат окружностями.

4. Основание равнобедренного треугольника равно 26 см, угол при основании равен 56° . Найдите периметр этого треугольника.

Итоговый зачёт

9 класс

Карточка 1

1. Определение вертикальных углов. Свойство вертикальных углов.
 2. Решение прямоугольного треугольника по катету и острому углу.
 3. Боковая сторона трапеции, равная 20 см, образует с меньшим её основанием угол в 150° . Вычислите площадь трапеции, если её основания равны 12 см и 30 см.
-

9 класс

Карточка 2

1. Определение смежных углов. Свойство смежных углов.
 2. Решение прямоугольного треугольника по гипотенузе и острому углу.
 3. Дуга окружности, соответствующая центральному углу в 270° , равна 4 дм. Чему равен радиус окружности и площадь вписанного в окружность квадрата?
-

9 класс

Карточка 3

1. Определение равных треугольников. Признаки равенства треугольников. Доказательство одного из них.
 2. Решение прямоугольного треугольника по двум катетам.
 3. Составьте уравнение окружности с центром на прямой $y = 3$, касающейся оси абсцисс в точке (4; 0).
-

9 класс

Карточка 4

1. Определение равнобедренного треугольника. Свойство углов равнобедренного треугольника.
2. Формулы площади прямоугольника и квадрата.
3. Даны точки: $A(-2; 1)$, $B(0; 3)$, $C(4; 1)$, $D(2; -1)$.
 - а) Докажите, что $AB = DC$, $AB \parallel DC$.
 - б) Определите вид четырёхугольника $ABCD$ и вычислите его периметр.

9 класс

Карточка 5

1. Определение медианы треугольника. Свойство медианы равнобедренного треугольника, проведённой к его основанию.

2. Вывод уравнения окружности.

3. Одна из сторон параллелограмма a в 3 раза больше проведённой к ней высоты h . Вычислите a и h , если площадь параллелограмма равна 48 см^2 .

9 класс

Карточка 6

1. Определение параллельных прямых. Теорема о двух прямых, параллельных третьей прямой.

2. Вывод формулы площади треугольника $S = \frac{1}{2}ah$.

3. Основания трапеции равны 10 см и 20 см. Диагональ отсекает от неё прямоугольный равнобедренный треугольник, гипотенузой которого является меньшее основание трапеции. Вычислите площадь этой трапеции.

9 класс

Карточка 7

1. Свойство углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых третьей прямой.

2. Определения суммы и разности векторов. Построение суммы и разности двух данных векторов.

3. Через вершину B тупого угла параллелограмма $ABCD$ проведены высоты BM и BK к сторонам AD и CD . Известно, что $AB = 15 \text{ см}$, $BC = 18 \text{ см}$, $BK = 12 \text{ см}$. Найдите высоту BM и углы параллелограмма.

9 класс

Карточка 8

1. Теорема о сумме углов треугольника.

2. Определение и свойства скалярного произведения векторов.

3. Боковые стороны прямоугольной трапеции равны 15 см и 17 см. Большее её основание равно 18 см. Найдите периметр трапеции.

9 класс

Карточка 9

1. Определение внешнего угла треугольника. Свойство внешних углов треугольника.

2. Формулы длины окружности и длины дуги.

3. Стороны первого четырёхугольника равны 2 см, 3 см, 4 см и 5 см. Второй четырёхугольник подобен первому, причём сумма наибольшей и наименьшей его сторон равна 28 см. Найдите стороны второго четырёхугольника и отношение их площадей.

9 класс

Карточка 10

1. Теорема об окружности, описанной около треугольника.

2. Вывод формул площади параллелограмма и ромба.

3. Найдите углы выпуклого шестиугольника, если они пропорциональны числам 2, 4, 4, 6, 8, 12.

9 класс

Карточка 11

1. Теорема об окружности, вписанной в треугольник.

2. Вывод формулы площади правильного n -угольника.

3. Даны точки $A(3; 2)$ и $B(7; -1)$. Составьте уравнение окружности с центром в точке A и проходящей через точку B .

9 класс

Карточка 12

1. Определение и признаки параллелограмма.

2. Вывод формулы площади трапеции.

3. Внешний угол при основании AC равнобедренного треугольника ABC в 5 раз больше смежного с ним угла. Найдите углы треугольника ABC .

9 класс**Карточка 13**

1. Свойство диагоналей параллелограмма.
2. Вывод формул радиусов вписанной и описанной окружностей правильного многоугольника.
3. Разделите данный отрезок с помощью циркуля и линейки:
 - а) на 2 равные части;
 - б) на 5 равных частей;
 - в) в отношении 3 : 4.

9 класс**Карточка 14**

1. Определение прямоугольника. Свойство его диагоналей.
2. Формулы для вычисления радиусов вписанной и описанной окружностей для произвольного и правильного треугольников.
3. Найдите угол F в треугольнике FQH , если $F(6; 3)$, $Q(1; 8)$, $H(1; 3)$.

9 класс**Карточка 15**

1. Определение ромба. Свойства его диагоналей.
2. Построение биссектрисы угла и серединного перпендикуляра к отрезку с помощью циркуля и линейки.
3. Меньшее основание BC трапеции $ABCD$ равно 12 см, $AB = CD$, $\angle D = 45^\circ$, высота трапеции равна 8 см. Найдите площадь трапеции и длину её средней линии.

9 класс**Карточка 16**

1. Определение средней линии треугольника. Теорема о средней линии треугольника.
2. Вывод формулы площади треугольника

$$S = \frac{1}{2}ab \sin C.$$

3. Угол ABC вписан в окружность с центром O . Сумма углов AOC и ABC равна 90° . Найдите $\angle ABC$, $\angle AOC$ и расстояние от центра окружности до хорды AC , если радиус окружности равен $8\sqrt{3}$ см.

9 класс

Карточка 17

1. Определение средней линии трапеции. Теорема о средней линии трапеции.

2. Формулы площади круга и сектора.

3. Найдите угол φ между векторами $\vec{c} \{-1; 2\}$ и $\vec{d} \left\{ \frac{1}{2}; 1 \right\}$ и длину вектора $\vec{x} = 2\vec{c} + \vec{d}$.

9 класс

Карточка 18

1. Теорема Пифагора. Доказательство.

2. Построение с помощью циркуля и линейки угла, равного данному.

3. В окружность радиусом 10 см вписан квадрат. Найдите площадь квадрата и длину окружности, вписанной в этот квадрат.

9 класс

Карточка 19

1. Определение подобных треугольников. Признаки подобия треугольников. Доказательство одного из них.

2. Вывод формулы длины вектора по его координатам.

3. Отрезки AC и BC — хорды окружности, радиус которой равен 6,5 см, AB — её диаметр, $AC = 5$ см. Найдите длину хорды BC и расстояние от центра окружности до прямой AC .

9 класс

Карточка 20

1. Определение вписанного угла. Теорема о вписанном угле.

2. Вывод формулы координат середины отрезка.

3. В треугольнике KPD сторона $PD = 6$ см, $\angle K = 60^\circ$, $\angle P = 45^\circ$. Найдите сторону KD .

1. Доказательство теоремы косинусов.

2. Построение прямой, проходящей через данную точку и перпендикулярной к данной прямой, с помощью циркуля и линейки.

3. Периметр параллелограмма $ABCD$ равен 60 см. Биссектриса его острого угла A пересекает сторону BC в точке E и делит сторону BC на равные части, $AE = 8$ см. Найдите периметр треугольника ABE .

1. Доказательство теоремы синусов.

2. Определение произведения вектора на число. Построение векторов $\vec{x} = 2\vec{a}$ и $\vec{y} = -\frac{1}{2}\vec{a}$ по данному вектору \vec{a} .

3. Длины двух сторон параллелограмма пропорциональны числам 7 и 3. Одна из них на 12 см больше другой. Найдите периметр параллелограмма и его площадь, если один из его углов равен 150° .

1. Определение выпуклого многоугольника. Теорема о сумме углов выпуклого n -угольника.

2. Построение треугольника по трём сторонам с помощью циркуля и линейки.

3. Вычислите отношение площади квадрата к площади описанного около него круга.

1. Признаки параллельности двух прямых.

2. Вывод формулы площади трапеции.

3. Радиус окружности, описанной около правильного треугольника, равен 6 см. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.

1. Признаки равенства прямоугольных треугольников. Доказательство одного из них.

2. Определение касательной к окружности. Теорема о свойстве касательной.

3. В треугольнике PQR $PQ = 45$ см, $PR = 73$ см, $\angle P = 60^\circ$. Найдите сторону RQ .

1. Теорема о соотношениях между сторонами и углами треугольника. Неравенство треугольника.

2. Синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного треугольника. Постройте угол φ , если $\sin \varphi = \frac{3}{5}$.

3. Даны три точки: $A(2; 0)$, $B(-3; 5)$ и $C(-2; 1)$. Найдите периметр треугольника ABC .

**Распределение самостоятельных
и контрольных работ по пунктам учебника
7 класс**

Номер работы	Содержание материала	Пункты учебника
Глава I. Начальные геометрические сведения		
С—1	Точки, прямые, отрезки	1, 2
С—2	Луч и угол	3, 4
С—3	Сравнение отрезков и углов	5, 6
С—4	Измерение отрезков	7, 8
С—5	Измерение углов	9, 10
С—6	Перпендикулярные прямые. Смежные и вертикальные углы	11—13
К—1	Контрольная работа № 1	1—13
Глава II. Треугольники		
С—7	Первый признак равенства треугольников	14, 15
С—8	Медианы, биссектрисы и высоты треугольника	16—18
С—9	Второй и третий признаки равенства треугольников	19, 20
С—10	Задачи на построение	21—23
К—2	Контрольная работа № 2	14—23
Глава III. Параллельные прямые		
С—11	Признаки параллельности двух прямых	24—26
С—12	Аксиома параллельных прямых	27—29
К—3	Контрольная работа № 3	24—29

Глава IV. Соотношения между сторонами и углами треугольника		
С—13	Сумма углов треугольника	30, 31
С—14	Соотношения между сторонами и углами треугольника	32, 33
К—4	Контрольная работа № 4	30—33
С—15	Прямоугольные треугольники	34—36
С—16	Построение треугольника по трём элементам	37, 38
К—5	Контрольная работа № 5	34—38
С—17	Решение задач	1—38
К—6	Итоговая контрольная работа № 6	1—38

8 класс

Номер работы	Содержание материала	Пункты учебника
Глава V. Четырёхугольники		
С—1	Многоугольники	39—41
С—2, С—3	Параллелограмм и трапеция	42—44
С—4	Прямоугольник, ромб, квадрат	45—47
К—1	Контрольная работа № 1	39—47
Глава VI. Площадь		
С—5	Площадь многоугольника, прямоугольника, квадрата	48—50
С—6	Площадь параллелограмма, треугольника и трапеции	51—53
С—7	Теорема Пифагора	54, 55

К—2	Контрольная работа № 2	48—55
Глава VII. Подобные треугольники		
С—8	Определение подобных треугольников	56—58
С—9	Признаки подобия треугольников	59—61
К—3	Контрольная работа № 3	56—61
С—10	Применение подобия к решению задач	62—65
С—11	Соотношение между сторонами и углами прямоугольного треугольника	66, 67
К—4	Контрольная работа № 4	62—67
Глава VIII. Окружность		
С—12	Касательная к окружности	68, 69
С—13	Центральные и вписанные углы	70, 71
С—14	Четыре замечательные точки треугольника	72, 73
С—15	Вписанная и описанная окружности	74, 75
К—5	Контрольная работа № 5	68—75
Глава IX. Векторы		
С—16	Понятие вектора	76—78
С—17	Сложение и вычитание векторов	79—82
С—18, С—19	Умножение вектора на число	83—85
К—6	Контрольная работа № 6	76—85
С—20, С—21	Решение задач	39—85
К—7	Итоговая контрольная работа № 7	39—85

9 класс

Номер работы	Содержание материала	Пункты учебника
Глава X. Метод координат		
С—1	Координаты вектора	86, 87
С—2	Простейшие задачи в координатах	88, 89
С—3	Уравнения окружности и прямой	90—92
К—1	Контрольная работа № 1	86—92
Глава XI. Соотношения между сторонами и углами треугольника. Скалярное произведение векторов		
С—4	Синус, косинус, тангенс угла	93—95
С—5	Соотношения между сторонами и углами треугольника	96—100
С—6	Скалярное произведение векторов	101—104
К—2	Контрольная работа № 2	93—104
Глава XII. Длина окружности и площадь круга		
С—7	Правильные многоугольники	105—109
С—8	Длина окружности и площадь круга	110—112
К—3	Контрольная работа № 3	105—112
Глава XIII. Движения		
С—9	Понятие движения	113—115
С—10	Параллельный перенос и поворот	116, 117
К—4	Контрольная работа № 4	113—117
С—11 — С—13	Решение задач	86—117
К—5	Итоговая контрольная работа № 5	86—117

Дополнительные задачи по курсу геометрии 7—9 классов

Треугольники

1. В треугольнике ABC угол B в 2 раза больше угла A , а сторона BC равна 200. Найдите биссектрису BD этого треугольника, если $DC = 125$.

2. Отрезки AB и CD пересекаются в точке M так, что $BM = MC = 4$; $AM = MD = 5$. Найдите отношение площади треугольника AMD к площади треугольника CBM .

3. Около окружности радиуса $\sqrt{3}$ описан равносторонний треугольник. К этой же окружности проведена касательная, параллельная стороне данного треугольника, отсекающая от данного треугольника меньший треугольник. Найдите периметр меньшего треугольника.

4. В прямоугольном треугольнике длины медиан, проведённых к катетам, равны 12 и $4\sqrt{11}$. Найдите длину третьей медианы этого треугольника.

5. В треугольнике ABC медианы AD и BE пересекаются под прямым углом. Найдите сторону AB этого треугольника, если $AC = 30$ и $BC = 12\sqrt{5}$.

6. Дан треугольник ABC . Известно, что $AC = 10$, $BC = 12$ и $\angle CAB = 2\angle CBA$. Найдите длину стороны AB .

7. На гипотенузе прямоугольного треугольника взята точка, равноудалённая от катетов, которая разбивает гипотенузу на отрезки длиной 1 и 3. Найдите высоту этого треугольника, проведённую из вершины прямого угла.

8. В треугольнике ABC с тупым углом B и стороной BC длиной 5 проведена биссектриса BD . Площади треугольника ABD и треугольника BCD равны соответственно $\frac{60\sqrt{2}}{11}$ и $\frac{50\sqrt{2}}{11}$. Найдите сторону AC .

9. В треугольнике один угол равен 60° , а другой равен 40° . Найдите угол между биссектрисами этих углов.

10. Одна из сторон треугольника равна 1, а прилежащие к ней углы равны 30° и 45° . Найдите периметр данного треугольника.

11. Найдите основание равнобедренного треугольника, площадь которого равна 25 см^2 , а угол α при основании такой, что $\text{tg } \alpha = 4$.

12. В прямоугольном треугольнике точка касания вписанной окружности делит гипотенузу на отрезки 5 см и 12 см. Найдите его катеты.

13. Стороны треугольника относятся как $1 : 3 : 3$. Наименьшая сторона его равна 7. Найдите периметр треугольника, подобного данному, если его наибольшая сторона равна 10,5.

14. В треугольнике ABC $a = 7$, $b = 8$, $c = 5$. Вычислите угол A .

Четырёхугольники

15. Дан параллелограмм $ABCD$. Его диагональ BD равна 5, а синус тупого угла ADB равен $\frac{4}{5}$. Найдите площадь параллелограмма, если сторона CD равна $\sqrt{41}$.

16. Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O . Радиус окружности, описанной около треугольника ABD , равен $3\sqrt{6}$. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника AOD , если $\angle ABD = 45^\circ$, а $\angle ACD = 75^\circ$.

17. Продолжения боковых сторон равнобедренной трапеции пересекаются под прямым углом. Найдите длину большего основания трапеции, если её площадь равна 12, а высота равна 2.

18. Продолжения боковых сторон равнобедренной трапеции пересекаются под углом 120° . Найдите длину меньшего основания трапеции, если её площадь равна $65 + 25\sqrt{3}$, а высота равна 5.

19. В равнобедренную трапецию, длины оснований которой равны $\frac{4 + \sqrt{7}}{2}$ и $\frac{4 - \sqrt{7}}{2}$, можно вписать окружность. Найдите длину диагонали этой трапеции.

20. Через середину диагонали AC трапеции $ABCD$ проведена прямая, перпендикулярная AC . Эта прямая пересекает основания AD и BC в точках K и M соответственно. Найдите радиус окружности, вписанной в четырёхугольник $AMCK$, если $AM = 10$, $AC = 16$.

21. Основания трапеции равны 17,5 и 7,5, а боковые стороны равны 8 и 6. Найдите площадь трапеции.

22. Основания трапеции равны 10 и 5, а диагонали равны 9 и 12. Найдите площадь трапеции.

23. Дана трапеция $ABCD$ с основанием AD и BC . Известно, что $AC = 4$, $BD = 5$, $\angle CAD = 2\angle BDA$. Найдите длину средней линии трапеции.

24. В равнобедренную трапецию, один из углов которой равен 30° , а площадь равна 72, вписана окружность. Найдите радиус этой окружности.

25. В параллелограмме меньшая сторона равна 6, а меньшая диагональ равна 5. Высота, опущенная на большую сторону, равна 3. Найдите площадь параллелограмма.

26. Диагонали ромба равны a и $a\sqrt{3}$. Найдите его высоту.

27. В равнобедренной трапеции средняя линия равна k , а диагонали взаимно перпендикулярны. Найдите площадь трапеции.

Окружность.

Правильные многоугольники

28. Найдите радиус окружности, вписанной в сектор радиуса 6, периметр которого равен $12 + 2\pi$.

29. В окружности проведены хорда MN длиной $11\sqrt{3}$ и диаметр MP . В точке N проведена касательная к окружности, пересекающая продолжение диаметра MP за точку P в точке Q под углом 30° . Найдите длину отрезка PQ .

30. Площадь правильного шестиугольника равна $6\sqrt{3}$. Найдите его периметр.

31. Площадь правильного восьмиугольника равна $8\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого восьмиугольника.

32. В окружности радиуса $\frac{7,2}{\pi}$ найдите длину дуги, содержащей 100° .

33. Площадь правильного треугольника равна $\frac{\sqrt{3}}{3}$. Найдите длину его биссектрисы.

34. В круговой сектор, дуга которого содержит 60° , вписан круг. Найдите отношение площади сектора к площади круга.

35. Концы диаметра окружности удалены от касательной к этой окружности на расстояние 1,6 м и 0,6 м. Найдите диаметр окружности.

36. Найдите радиус окружности, вписанной в остроугольный треугольник ABC , если высота $BH = 12$, $\sin A = \frac{12}{13}$, $\sin C = \frac{4}{5}$.

37. Дан правильный девятиугольник $ABCDEFQMP$. Найдите расстояние от его центра O до диагонали AD , если площадь треугольника AOD равна $9\sqrt{3}$.

38. В круговой сектор вписана окружность, радиус которой в 3 раза меньше радиуса сектора. Найдите величину центрального угла (в градусах).

39. Общая хорда двух пересекающихся окружностей видна из их центров под углами 90° и 120° . Найдите расстояние между центрами окружностей, лежащими по одну сторону от хорды, если длина хорды равна $\frac{3 + \sqrt{3}}{4}$.

40. В окружности по разные стороны от центра проведены параллельные хорды длиной 12 и 16. Расстояние между ними равно 14. Найдите радиус окружности.

Векторы

41. Треугольник ABC вписан в окружность с центром O . Скалярное произведение векторов \vec{OA} и \vec{OC} равно $\frac{\sqrt{3} - 2}{2}$. Найдите сторону AB , если $\angle ABC = 60^\circ$ и $\angle BCA = 75^\circ$.

42. Треугольник ABC вписан в окружность с центром O . Сторона BC равна $3\sqrt{2}$, а скалярное произведение векторов \vec{OB} и \vec{OC} равно 9. Найдите сторону AB , если $\angle ACB = 45^\circ$.

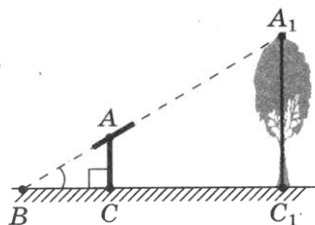
43. Даны векторы $\vec{a}(3; 2)$ и $\vec{b}(0; -1)$. Найдите координаты вектора $\vec{x} = 2\vec{a} + 4\vec{b}$ и его длину.

44. В треугольнике ABC , где O — точка пересечения его медиан, $\vec{AC} = \vec{a}$, $\vec{BC} = \vec{b}$. Выразите вектор \vec{AO} через векторы \vec{a} и \vec{b} .

45. Найдите косинус угла между векторами \vec{AB} и \vec{AD} , если $A(3; 2)$, $B(8; 1)$, $D(2; 7)$.

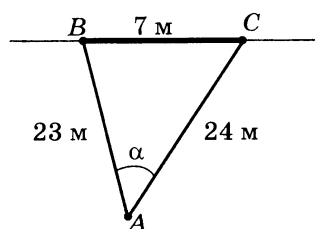
Задачи с практическим содержанием

1. Определите высоту дерева, если длина шеста $AC = 1,7$ м, расстояние $BC_1 = 6,3$ м, $BC = 2,1$ м (см. рисунок).

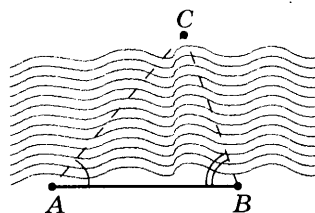


2. Длина тени дерева равна $10,2$ м, а длина тени человека, рост которого $1,7$ м, равна $2,5$ м. Найдите высоту дерева.

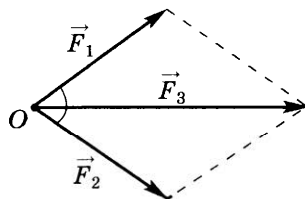
3. Футболист с мячом находится в точке A , BC — ворота, $BC = 7$ м, расстояние $AB = 23$ м, $AC = 24$ м. Найдите угол α попадания мяча в ворота.



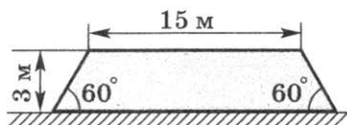
4. Для определения ширины реки отметили два пункта A и B на берегу на расстоянии 70 м друг от друга и измерили $\angle CAB = 12^\circ 30'$ и $\angle ABC = 72^\circ 42'$. Найдите ширину реки.



5. Две равные силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2 приложены к одной точке под углом 72° друг к другу. Найдите величины этих сил, если величина их равнодействующей $|\vec{F}_3|$ равна 120 кг.



6. насыпь шоссейной дороги имеет в верхней части ширину 15 м. Какова ширина насыпи в нижней её части, если угол наклона откосов к горизонту равен 60° , а высота насыпи равна 3 м?



7. Теплоход прошёл 1413 м. Найдите диаметр колеса теплохода, если известно, что оно сделало 300 оборотов.

8. Вычислите длину круговой орбиты искусственного спутника Земли, если спутник вращается на расстоянии 320 км от Земли, а радиус Земли равен 6370 км.

9. Метр составляет приблизительно $\frac{1}{40\,000\,000}$ часть земного экватора. Найдите диаметр Земли в километрах, считая, что Земля имеет форму шара.

10. Найдите длину маятника стальных часов, если угол его колебания составляет 45° , а длина дуги, которую описывает конец маятника, равна 30 см.

11. Вокруг круглой клумбы радиусом 4 м проложена дорожка шириной 1 м. Сколько нужно песка, чтобы засыпать дорожку, если на 1 м^2 требуется $0,8\text{ дм}^3$ песка?

12. Какой толщины слой надо снять с круглой медной проволоки, имеющей площадь сечения 314 мм^2 , чтобы она проходила сквозь отверстие диаметром 18 мм?

ОТВЕТЫ

7 класс

Самостоятельные работы

С—4, В—1. 1. 14 см или 2 см. 2. 860 мм. 3. Нет. С—4, В—2. 1. 17 см или 3 см. 2. 56 мм. 3. Да.

С—5, В—1. 1. 53° . 2. 64° . С—5, В—2. 1. 48° . 2. 54° .

С—6, В—1. 1. 77° и 103° . 2. 113° и 67° . С—6, В—2. 1. 15° и 165° . 2. 148° и 32° .

С—7, В—1. 1. 38° и 102° . 2. 8 см и 5 см. С—7, В—2. 1. 32° и 108° . 2. 3 см и 7 см.

С—9, В—1. 1. 4 см, 3 см и 5 см. С—9, В—2. 1. 28° , 42° , 110° .

С—10, В—1. 2. а) Центр окружности лежит на серединном перпендикуляре к AB ; б) AB — диаметр окружности; в) нет решения. С—10, В—2. 2. а) Два решения; б) одно решение; в) нет решения.

С—12, В—1. 1. 73° . 2. 37° и 53° . С—12, В—2. 1. 80° . 2. 42° и 48° .

С—13, В—1. 1. 68° . 2. 36° , 72° , 72° . 3. 40° , 60° , 80° . С—13, В—2. 1. 113° . 2. 70° , 55° , 55° . 3. 30° , 60° , 90° .

С—14, В—1. 1. Нет. 2. 10 см. С—14, В—2. 1. Нет. 2. 5 см или 3 см.

С—15, В—1. 1. 12 см и 6 см. С—15, В—2. 1. 30 см и 15 см.

С—17, В—1. 2. 19 см. 3. 60° и 120° . С—17, В—2. 2. 42 см. 3. 80° и 100° .

Контрольные работы

К—1, В—1. 1. 42 см и 8 см. 2. 78° . К—1, В—2. 1. 33 см и 3 см. 2. 126° .

К—3, В—1. 2. 34° , 34° и 112° . К—3, В—2. 2. 36° , 36° и 108° .

К—4, В—1. 1. 12 см. 3. 21 см, 12 см, 12 см. К—4, В—2. 1. 9 см. 3. 37 см, 20 см, 20 см.

К—5, В—1. 1. 9 см. 3. Сначала построить угол в 30° . К—5, В—2. 1. 13 см. 3. Сначала построить угол в 45° .

К—6, В—1. 2. 90° . 3. 96° . 4. 8 см. К—6, В—2. 2. 22 см. 3. 115° . 4. 14 см.

Итоговый зачёт

Карточка 1. 3. 143° .

Карточка 2. 3. $31^\circ 30'$.

Карточка 3. 3. $\angle 1 = \angle 6 = \angle 8 = 102^\circ$,
 $\angle 2 = \angle 4 = \angle 5 = \angle 7 = 78^\circ$.

Карточка 4. 3. 20 см.

Карточка 5. 3. 120 см.

Карточка 6. 3. 70° , 70° и 40° или 70° , 55° и 55° .

Карточка 7. 3. 62° и 78° .

Карточка 8. 3. 38° .

Карточка 9. 3. 70° .

Карточка 10. 3. 12 см.

Карточка 11. 3. 45° , 45° , 90° .

Карточка 12. 3. 85° .

Карточка 13. 3. 80° .

Карточка 14. 3. 40 см, 55 см, 55 см.

Карточка 15. 3. 65° .

Карточка 16. 3. 40° .

Карточка 17. 3. 6 см.

Карточка 18. 3. 21 см.

Карточка 19. 3. 20 см, 20 см, 25 см.

Карточка 20. 3. 70° и 12 см.

Карточка 21. 3. 20° , 20° и 140° .

8 класс

Самостоятельные работы

С—1, В—1. 1. 900° . 2. 8. 3. 36 см, 34 см, 32 см, 30 см.
С—1, В—2. 1. 1800° . 2. 5. 3. 9 см, 18 см, 27 см, 36 см.

С—2, В—1. 2. 6 см. С—2, В—2. 2. 6 см.

С—3, В—1. 1. 6 см и 8 см. 2. 4 см. С—3, В—2. 1. 6 см
и 12 см. 2. 6 см.

С—4, В—1. 1. 2 см и 12 см. 2. 60° , 90° , 30° . С—4,
В—2. 1. 6 см и 12 см. 2. 80° , 90° , 10° .

С—5, В—1. 1. 180 штук. 2. 8 см и 20 см. С—5, В—2. 1. 1600 штук. 2. 5 см и 8 см.

С—6, В—1. 1. 16 см. 2. 72 см². 3. 1350 см². С—6, В—2. 1. 8 см и 16 см. 2. 10 см. 3. 476 см².

С—7, В—1. 1. 5 см. 2. 8 см и 120 см². С—7, В—2. 1. $6\sqrt{2}$ см. 2. 8 см и 48 см².

С—8, В—1. 1. 6 см, 8 см, 12 см. 2. 16 см, 20 см, 12 см.

С—8, В—2. 1. 25,2 см², 17,5 см². 2. 10 см, $5\frac{5}{6}$ см, $6\frac{2}{3}$ см.

С—9, В—1. 1. 12 см. С—9, В—2. 1. 6 см.

С—10, В—1. 1. 24 см². 3. 10 см. С—10, В—2. 1. 18 см². 3. 26 см.

С—11, В—1. 1. $8\sqrt{7}$ см, $4\sqrt{21}$ см, $8\sqrt{3}$ см. С—11, В—2. 1. 9 см, $6\sqrt{2}$ см, 1 см.

С—12, В—1. 1. $5\sqrt{7}$ см. 2. 60°. С—12, В—2. 1. $6\sqrt{3}$ см. 2. 60°.

С—13, В—1. 1. $\angle A = 84^\circ$, $\angle B = 56^\circ$, $\angle C = 40^\circ$. 2. 4 см и 15 см. С—13, В—2. 1. $\angle C = 44^\circ$, $\angle A = 66^\circ$. 2. 3 см и 5 см.

С—14, В—1. 2. $DC = 15$ см, $AD = 3,5$ см. С—14, В—2. 2. $AM = 7$ см, $MC = 5,5$ см.

С—15, В—1. 1. 216 см². 2. $r = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ см. С—15, В—2. 1. 108 см². 2. $6\sqrt{3}$ см.

С—16, В—1. 1. $|\vec{AM}| = \sqrt{13}$, $|\vec{AC}| = 5$. 2. а) Нет; б) нет; в) да. С—16, В—2. 1. $|\vec{BD}| = 26$, $|\vec{CD}| = 10\sqrt{2}$. 2. а) Нет; б) да; в) нет.

С—17, В—1. 1. $|\vec{p}| = 16$ см. 2. а) $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$; б) $\vec{DB} = \vec{AB} - \vec{AD}$. С—17, В—2. 1. $|\vec{m}| = 18$ см. 2. а) $\vec{MK} = \vec{MN} + \vec{ME}$; б) $\vec{NE} = \vec{ME} - \vec{MN}$.

С—18, В—1. 2. $\vec{MA} = \vec{n} - \frac{1}{3}\vec{m}$, $\vec{AB} = \frac{1}{3}\vec{m} - \frac{1}{2}\vec{n}$. С—18, В—2. 2. $\vec{CN} = \vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}$, $\vec{MN} = \frac{1}{2}\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}$.

С—19, В—1. 1. $\vec{AM} = \frac{7}{4}\vec{a} - \frac{3}{4}\vec{b}$. 2. 10 см. С—19, В—2. 1. $\vec{KE} = \frac{7}{5}\vec{m} - \frac{2}{5}\vec{n}$. 2. 4 см и 12 см.

С—20, В—1. 1. 6 м. 2. 9,6 м. С—20, В—2. 1. 36 м². 2. 80 см².

С—21, В—1. 1. 7 см², 3,5 см. 2. 5. С—21, В—2. 1. 12 см², 30°. 2. 12 м.

Контрольные работы

К—1, В—1. 1. 60° . 2. 16 см. К—1, В—2. 1. $40^\circ, 50^\circ, 90^\circ$. 2. 40 см.

К—2, В—1. 1. 416 см^2 . 2. 12 см, 18 см, 10 см, 8 см.
3. 384 см^2 . К—2, В—2. 1. 12 см и 15 см. 2. 132 см^2 .
3. 10 см.

К—3, В—1. 1. б) 15 см. 2. $\frac{16}{25}$. К—3, В—2. 1. б) 12 см.
2. $\frac{16}{9}$.

К—4, В—1. 1. $AC = 15 \text{ см}$, $\cos C = \frac{3}{5}$. 2. $36\sqrt{3} \text{ см}^2$.
3. 80 см^2 . К—4, В—2. 1. $AB = 40 \text{ см}$, $\cos A = \frac{4}{5}$. 2. 32 см^2 .
3. 4 см и 32 см, $S = 504 \text{ см}^2$.

К—5, В—1. 1. УГЛЫ $120^\circ, 90^\circ, 90^\circ, 60^\circ$; ДУГИ $60^\circ, 120^\circ, 60^\circ, 120^\circ$. 2. $r = 4,5 \text{ см}$, $R = 9,375 \text{ см}$. 3. $6\sqrt{3} \text{ см}$. К—5,
В—2. 1. УГЛЫ $120^\circ, 90^\circ, 60^\circ, 90^\circ$; ДУГИ $60^\circ, 120^\circ, 60^\circ, 120^\circ$.
2. $r = 1\frac{1}{3} \text{ см}$, $R = 4\frac{1}{6} \text{ см}$. 3. $9\sqrt{3} \text{ см}$.

К—6, В—1. 1. а) $\vec{EF} = \frac{1}{14}\vec{n} + \vec{m}$; б) нет. 2. 2 см и 10 см.
К—6, В—2. 1. а) $\vec{KM} = \frac{3}{14}\vec{p} + \vec{q}$; б) нет. 2. 2 см и 12 см.

К—7, В—1. 1. 300 см^2 . 2. 80 см^2 . К—7, В—2. 1. 5 м.
2. 108 м^2 .

Итоговый зачёт

Карточка 1. 3. 15 см и 5 см.

Карточка 2. 3. 4 см, 4,8 см, 4,8 см.

Карточка 3. 3. $P = 5 \text{ см}$, $S = \frac{5\sqrt{3}}{8} \text{ см}^2$.

Карточка 4. 3. 14 см и 24 см.

Карточка 5. 3. 384 см^2 .

Карточка 6. 3. -2, 10, 14, 10.

Карточка 7. 3. 60 см^2 .

Карточка 8. 3. 38,5 см.

Карточка 9. 3. $S = 180 \text{ см}^2$.

Карточка 10. 3. $\vec{a} - \vec{b}$, \vec{b} , $-\vec{a}$, $-\vec{a} + \vec{b}$.

Карточка 11. 3. $60^\circ, 120^\circ, 60^\circ, 120^\circ$.

Карточка 13. 3. 5 см.

Карточка 14. 3. 114° .

Карточка 15. 3. 42 см.

Карточка 16. 3. 30° .

Карточка 17. 3. $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\operatorname{tg} \alpha = 2\sqrt{2}$.

Карточка 18. 3. 60° и 30° .

Карточка 19. 3. $BC = \frac{10}{\sqrt{3}}$, $AB = \frac{20}{\sqrt{3}}$, $S = \frac{50}{\sqrt{3}}$.

Карточка 20. 3. 72 см^2 .

Карточка 21. 3. 60° , 120° , 60° , 120° .

Карточка 22. 3. 20 см .

Карточка 23. 3. a , $a\sqrt{3}$, a .

Карточка 24. 3. 40 см^2 .

Карточка 25. 3. 4 см .

9 класс

Самостоятельные работы

С—1, В—1. 2. $\{5; -2\}$, $\{1; -8\}$, $\{12; -1\}$. 3. $y = -18$.
С—1, В—2. 2. $\{9; 1\}$, $\{-1; -5\}$, $\{2; -12\}$. 3. $x = -4$.

С—2, В—1. 1. $(0; -9)$. 3. $\sqrt{26}$. С—2, В—2. 1. $(-2,5; 0)$.
3. $\sqrt{90}$, $\sqrt{130}$.

С—3, В—1. 2. $x^2 + (y + 6)^2 = 25$. 3. $y = 3x - 1$. 4. Окружность радиусом $\frac{1}{3}$ с центром $O \in BC$, $OB = \frac{1}{3}$. С—3,
В—2. 2. $x^2 + y^2 = 10$. 3. $x - y = 0$. 4. Окружность радиусом 4.

С—4, В—1. 1. $\operatorname{tg} \alpha = 1$. С—4, В—2. 1. $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

С—5, В—1. 1. $\angle C = 105^\circ$, $AC \approx 6 \text{ см}$, $BC \approx 4 \text{ см}$.
2. $649,2 \text{ м}^2$. 3. $BC = 12 \text{ см}$, $\angle C \approx 17^\circ 45'$, $\angle B \approx 27^\circ 15'$.
С—5, В—2. 1. $\angle A = 75^\circ$, $BC \approx 6 \text{ см}$, $AC \approx 4 \text{ см}$.
2. $6,254 \text{ м}^2$. 3. $AB \approx 1 \text{ дм}$; $\angle A \approx 12^\circ$, $\angle B \approx 18^\circ$.

С—6, В—1. 1. $\angle A = 60^\circ$, $\angle B \approx 21^\circ 47'$, $\angle C \approx 98^\circ 13'$.
2. 40. С—6, В—2. 1. $-\frac{5\sqrt{34}}{34}$. 2. 13.

С—7, В—1. 1. 144° . 2. 8. 4. $162\sqrt{3} \text{ см}^2$. С—7,
В—2. 1. 135° . 2. 6. 4. $S = 36 \text{ см}^2$.

С—8, В—1. 1. $\pi \sqrt{a^2 + b^2}$. 2. $\frac{\pi a^2}{12}$. 3. $\frac{3}{2} \pi \text{ см}$. 4. $\approx 262 \text{ см}^2$.

С—8, В—2. 1. $\frac{2\pi a\sqrt{3}}{3}$. 2. $\frac{\pi a^2(\sin \alpha + \cos \alpha - 1)^2}{4 \cos^2 \alpha}$. 3. $\pi \text{ см}$. 4. $\sqrt{\frac{8S}{3\pi}}$.

С—10, В—1. 1. F — прямоугольник, равный $ABCD$.
С—10, В—2. 1. F — параллелограмм, равный $ABCD$.

С—11, В—1. 1. а) $\vec{r} \{1; 21\}$, $\vec{s} \{-4; 7\}$; б) 5 и 10.
2. $M(5; 0)$. 3. $O(1; -2)$, $R = 5$. С—11, В—2. 2. $D \left(0; \frac{8}{7}\right)$.
3. $O(2; 1)$, $R = 2$.

С—12, В—1. 1. $\angle D \approx 117^\circ 10'$, $\angle E \approx 38^\circ 59'$, $\angle F \approx 23^\circ 51'$.
2. 13, 2. С—12, В—2. 1. $\angle C = 42^\circ 55'$, $\angle B = 88^\circ 35'$, $AC \approx 4$ см.
2. $-\frac{4}{11}$.

С—13, В—1. 1. $n = 5$. 2. 6 см и $54\sqrt{3}$ см². С—13,
В—2. 1. $n = 9$. 2. $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ дм.

Контрольные работы

К—1, В—1. 1. $\{-6; 3\}$, $3\sqrt{5}$. 2. $AB = AC = \sqrt{73}$,
 $h = 8$. 3. $x = 1$. К—1, В—2. 1. $\{7; -5\}$, $\sqrt{74}$. 2. $BD = AC$,
 $O \left(0; -\frac{3}{2}\right)$. 3. $y = 2$.

К—2, В—1. 1. 135° . 2. $\angle A = 45^\circ$, $AC = 3$, $AB \approx 5,8$.
3. $\frac{4}{5}$. К—2, В—2. 1. 45° . 2. $AC \approx 1,27$, $\angle A = 75^\circ$, $AB \approx 1,55$.
3. 0.

К—3, В—1. 1. $5\sqrt{6}$ см. 2. 36π дм². 3. $\frac{20\pi}{3}$ см. К—3,
В—2. 1. $8\sqrt{2}$ м. 2. $8\sqrt{3}\pi$ см. 3. 48π дм².

К—4, В—1. 2. 22 см или 26 см. К—4, В—2. 2. 50 см.

К—5, В—1. 1. а) 48 см²; б) $73^\circ 48'$. 2. $(x - 3)^2 +$
 $+(y - 4)^2 = 16$. 3. 4π см². 4. $\approx 66,8$ см. К—5, В—2. 1. $20\sqrt{2}$.
2. $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 41$. 3. $S = 50\pi$ см². 4. 72,5 см.

Итоговый зачёт

Карточка 1. 3. 210 см².

Карточка 2. 3. $R = \frac{8}{3\pi}$ дм, $S = \frac{128}{9\pi^2}$ дм².

Карточка 3. 3. $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 9$.

Карточка 4. 3. $ABCD$ — параллелограмм, $P = 14\sqrt{2}$.

Карточка 5. 3. $a = 12$ см, $h = 4$ см.

Карточка 6. 3. 75 см².

Карточка 7. 3. $BM = 10$ см, $\sin A = \frac{2}{3}$.

Карточка 8. 3. 60 см.

Карточка 9. 3. 8, 12, 16 и 20 см; $S_2 : S_1 = 16$.

Карточка 10. 3. $40^\circ, 80^\circ, 80^\circ, 120^\circ, 160^\circ, 240^\circ$.

Карточка 11. 3. $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$.

Карточка 12. 3. $30^\circ, 30^\circ, 120^\circ$.

Карточка 14. 3. $\angle F = 45^\circ$.

Карточка 15. 3. 160 см², 20 см.

Карточка 16. 3. $30^\circ, 60^\circ; 12$ см.

Карточка 17. 3. $\cos \varphi = \frac{3}{5}, |\vec{x}| = \sqrt{27,25}$.

Карточка 18. 3. 200 см², $10\sqrt{2}\pi$ см.

Карточка 19. 3. 12 см, 6 см.

Карточка 20. 3. $6\sqrt{\frac{2}{3}}$ см.

Карточка 21. 3. 28 см.

Карточка 22. 3. 60 см, 94,5 см².

Карточка 23. 3. $\frac{2}{\pi}$.

Карточка 24. 3. 3 см.

Карточка 25. 3. ≈ 64 см.

Карточка 26. 3. $5\sqrt{2} + 2\sqrt{17}$.

Дополнительные задачи

по курсу геометрии 7—9 классов

1. 195. 2. $\frac{25}{16}$. 3. 6. 4. 8. 5. 18. 6. 4,4. 7. 1,2. 8. 9. 9. 50° .

10. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{2}$. 11. 5. 12. 8 см и 15 см. 13. 24,5. 14. 60° .

15. 8. 16. 6. 17. 8. 18. 13. 19. 2,5. 20. 4,8. 21. 60. 22. 54.

23. 2. 24. 3. 25. $12 + 9\sqrt{3}$. 26. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. 27. k^2 . 28. 2. 29. 11.

30. 12. 31. 2. 32. 4. 33. 1. 34. 1,5. 35. 2,2 м. 36. 4. 37. 3.

38. 60° . 39. 0,25. 40. 10. 41. 1. 42. 6. 43. $\{6; 0\}$; 6.

44. $\frac{2}{3}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b}$. 45. $-\frac{5}{13}$.

Задачи с практическим содержанием

1. 5,1 м. 2. ≈ 7 м. 3. $\approx 16^\circ 57'$. 4. $\approx 14,5$ м. 5. $\approx 74,2$ кг.

6. $\approx 18,5$ м. 7. 1,5 м. 8. $\approx 42,013$ км. 9. $\approx 12\,739$ км.

10. $\approx 38,2$ см. 11. 22,6 дм³. 12. 1 мм.

Содержание

7 класс

Самостоятельные работы	3
Контрольные работы	25
Итоговый зачёт	33

8 класс

Самостоятельные работы	45
Контрольные работы	67
Итоговый зачёт	77

9 класс

Самостоятельные работы	89
Контрольные работы	105
Итоговый зачёт	113

Распределение самостоятельных и контрольных работ по пунктам учебника	127
Дополнительные задачи по курсу геометрии 7—9 классов	131
Задачи с практическим содержанием	135
Ответы	137